PLANOS ACOTADOS

1. Características del Sistema

Este sistema, tiene un cierto parecido con el Sistema diédrico, la proyección horizontal de este se corresponde con la proyección acotada del Sistema de Planos acotados. La cotas de los puntos sustituyen a la proyección vertical del Sistema Diédrico.

Este sistema de representación es utilizado en el dibujo topográfico, para la representación de terrenos, trazados de caminos, calculo y representación de terraplenes, distribución de líneas eléctricas, etcétera. Así como para representar las vertientes de las cubiertas de los edificios. http://fresno.pntic.mec.es/raguila/lineas.pdf).

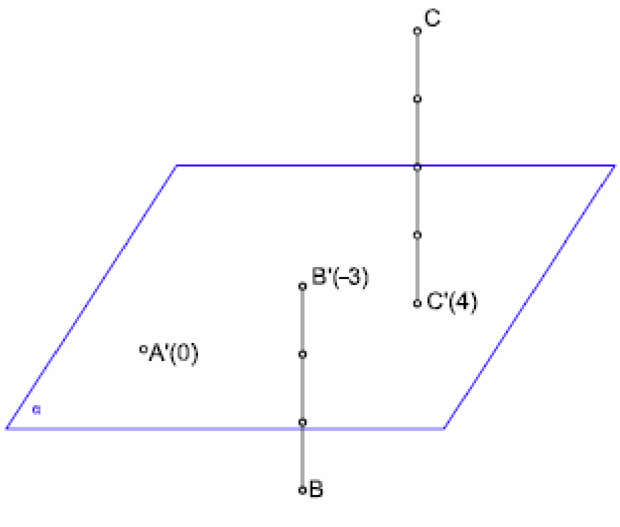
2. Representación del Punto

2.1. Nomenclatura

Para la representación del punto utilizaremos, al igual que en el resto de los sistemas de representación, una letra mayúscula, principalmente las primeras del abecedario. Para la proyección horizontal utilizaremos la misma letra acompañada de una comilla y dentro de un paréntesis el valor de la cota. Para la representación del plano de proyección utilizaremos letras griegas. Para una mayor comodidad utilizaremos como unidades el centímetro. En topografía esta unidad es el metro.

2.2. Representación del punto

Este sistema de representación utiliza un solo plano de proyección, el plano horizontal, que recibe el nombre de plano de proyección, plano del cuadro o plano de referencia.



Los puntos pueden situarse en el plano horizontal, por encima o por debajo. Sea por ejemplo el punto ***C*** *(figura 1),* que se encuentra a ***4*** unidades por encima del plano horizontal. Este quedará definido de la forma siguiente ***C'(4)****,* que indica que se encuentra a ***4 cm.*** por encima del plano horizontal.

El punto **B**, se encuentra por debajo del plano del cuadro, por tanto su cota será negativa ***B' (-3)*****.** Hay que tener en cuenta que el plano de comparación o plano de cota cero se considera el nivel del mar a la altura de la playa del Postiguet en Alicante, en nuestro ejemplo el punto ***A' (0)****.*

Las cotas positivas de llaman altitudes y la negativas profundidades.

Se denomina desnivel de dos puntos o la diferencia algebraica existente entre ellos.

Por ejemplo el desnivel entre el punto **A** y **C**, será de 4 cm. El desnivel entre ***C*** y ***B*** será ***4 - (- 3) = 7 cm****.*

3. Representación de la Recta

3.1. Nomenclatura.

Para la representación de la recta utilizaremos letras minúsculas, principalmente, ***r****,* ***s*** o ***t*.** La proyección horizontal se representará por la misma letra acompañada de una comilla. Por ejemplo ***r’***.

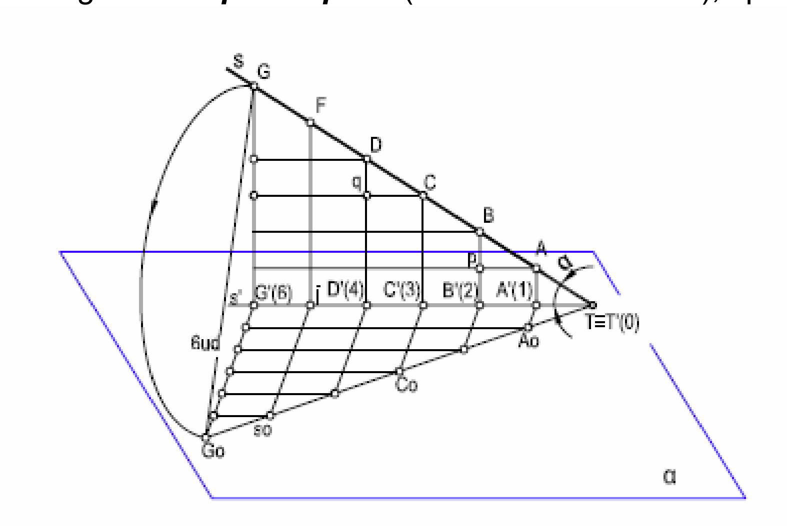
3.2. Proyecciones de la Recta.

Una recta quedará definida cuando se conozcan dos de sus proyecciones. En la figura 2, los puntos A’(1) y G’(6), nos definirán la recta.

Se denomina traza de una recta a la intersección de esta con el plano del cuadro. En la recta ***s,*** figura 2, la traza la representaremos por el punto ***T***, este será un punto doble y por tanto coincidiera con su proyección ***T’***, su cota será por tanto ***0.***
El triángulo ***TAA’=ABB’=CDD***’

Si consideramos que ***AA’ = Bp.... = 1*** cm, y aplicando el teorema de Thales, tendremos que ***TA/T’A’= AB/p=CD/Cq***

El segmento ***Ap = Cq = i*** (intervalo o modulo), que como puede apreciarse es la proyección de los segmentos ***AB***, cuyo desnivel es la unidad.



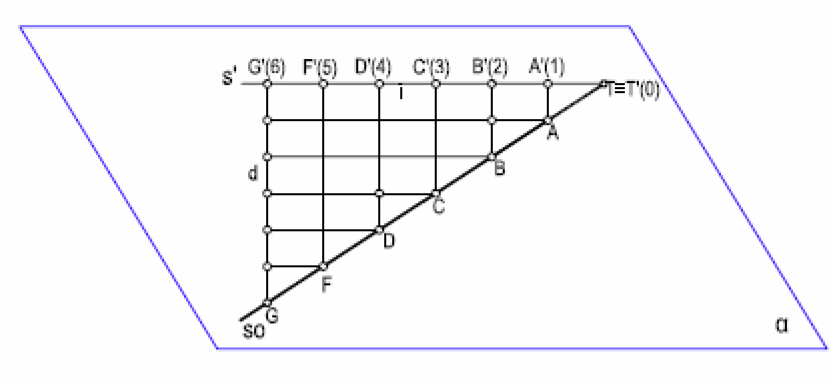
De la figura deducimos que la ***Tg***α ***=AA’/A’T = 1/A’T = 1/i = P***, siendo ***P*** La pendiente de la recta.

Por tanto la pendiente de una recta será la inversa del intervalo.

Es decir la pendiente de una recta será la tangente que esta forme con el plano del cuadro. Siendo el desnivel de dos puntos la diferencia de sus cotas. En la figura 1, el desnivel entre el punto ***B’(2)*** y el ***D’(4)*** será de ***2*** unidades.

Esta pendiente puede venir expresada en tanto por ciento.

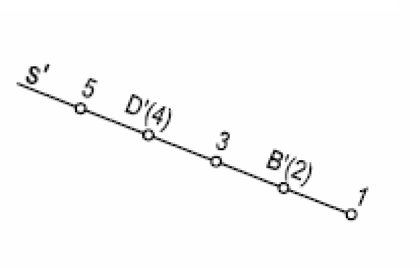
Si consideramos un tramo de carretera cuya pendiente sea del ***10%,*** la proyección horizontal serán ***100*** metros mientas que la diferencia de alturas será de ***10*** metros. Aplicando la formula anterior ***Tg***α ***=AA’/A’T =10/100***

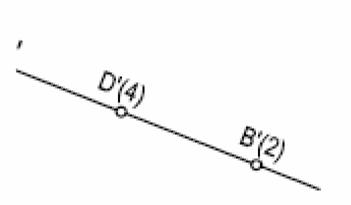


Si consideramos el triángulo por ***TAA'***, tendremos que ***TA' = A'A cos*** α Por tanto la pendiente de la recta será el valor de la tangente que forma la recta con el plano de cuadro.

El desnivel ***d*** entre dos puntos será la diferencia de cotas.

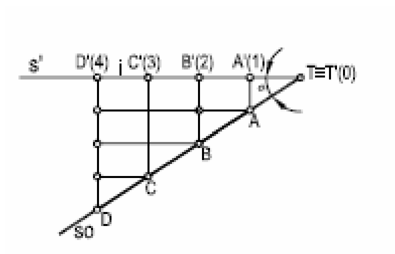
Si batimos la recta ***s*** sobre el plano del cuadro *(figura 3)*, tendremos la verdadera posición de la recta.





Graduar una recta, por ejemplo ***s'***, es dividirla en tantas partes iguales como diferencia haya entre sus cotas. En la figura 4 tenemos una recta dada por los puntos ***B'(2)*** y ***D'(4)***, la diferencia de cotas es ***1***, por los tanto ese será el intervalo ***i.*** Con ese valor tomaremos en la recta distintas divisiones con lo que esta quedará graduada, *figura 2ª*.

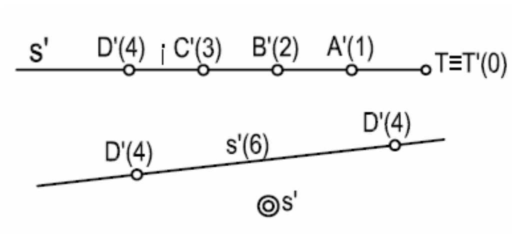
Si queremos obtener el ángulo que la recta forma con el plano de proyección, bastará con abatir la recta ***s'***, para ello levantaremos una perpendicular por una de las divisiones, por ejemplo la nº ***4***, llevando sobre ella la unidad que hemos utilizado de medida, ***4*** centímetros. Uniendo el punto ***D*** con la traza del Plano ***T***, tendremos la verdadera posición de la recta, así como el ángulo ***α*** que forma con el cuadro. *Figura 5*.



3.3. Alfabeto de la Recta

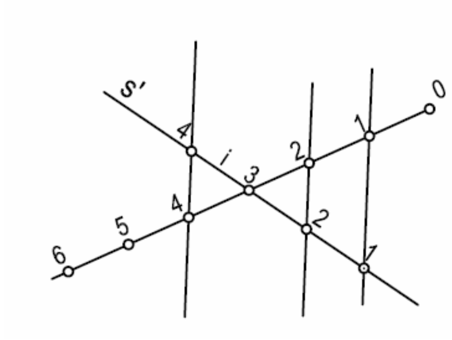
La recta puede ocupar en el espacio tres posiciones

a) Oblicua, recta que hemos visto anteriormente.
b) Paralela al plano de proyección.
c) Perpendicular al plano de proyección..



Como se ha visto con anterioridad la recta oblicua nos viene definida por dos puntos cualquiera de ella, p.e ***D'(4)*** y ***A'(1)*** . La paralela tendrá todas sus cotas iguales, por lo que se definirá por el valor de la cota p.e ***s'(4)*** y la perpendicular se definirá por su traza p.e. ***s'*** . *Figura 6.*

Si dos rectas se cortan en el espacio, el punto de intersección ***3*** debe de tener la misma cota y las rectas que unen puntos de la misma cota deben de ser paralelas ya que todas ellas pertenecen al plano formado por ellas. *Figura 7.*

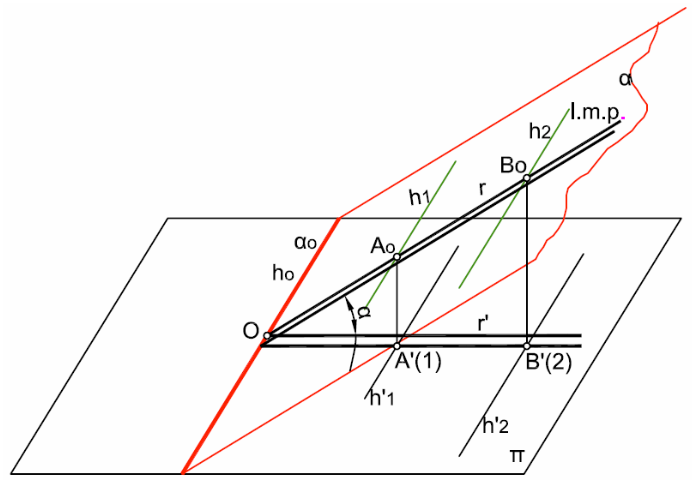


4. Alfabeto del Plano

4.1. Plano oblicuo cualquiera.

Se denomina traza de un plano ***α*** a la intersección de este con el plano del proyección ***i*** ***π ho***.

Recta horizontal de plano será aquella que es paralela al plano del cuadro, ***h_1***, ***h_2***, ***h_3***, ...

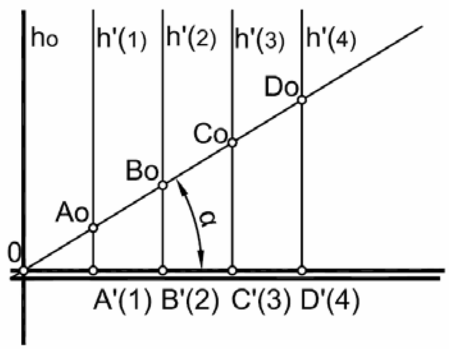


Se llama línea de máxima pendiente, que la representaremos por (***l.m.p.***) de un plano, al igual que en el sistema diédrico, a aquella que es perpendicular a la traza del plano.

Como puede apreciarse en la figura en la *figura 8*, hemos considerado un plano en el espacio ***α***, la intersección de dicho plano con el de proyección ***π*** vendrá dada por la recta ***ho.*** La recta perpendicular a esta traza, será la línea de máxima pendiente ***l.m.p.***

Consideremos en el plano ***α***, dos puntos cualquiera de cota entera, por ejemplo ***Ao*** y ***Bo***, tranzamos por dichos puntos dos horizontales de plano, ***h_1*** y ***h_2.*** Seguidamente proyectemos todo el conjunto sobre el plano del cuadro, obteniendo los puntos ***A'(1)*** y ***B' (2)***, Las horizontales de plano ***h'_1*** y ***h'_2***, serán paralelas a la traza ***αo*** y pasarán por dichos puntos. La l.m.p. ***r'*** se obtendrá uniendo los puntos ***A'*** y ***B'*** y será perpendicular a la traza del plano.

En la *figura 9* puede apreciarse la representación de un plano en proyección con la l.m.p. graduada.



Para obtener el ángulo que forma un plano cualquiera con el plano de proyección, llevaríamos sobre unas perpendiculares la l.m.p, en los puntos ***A'(1) 1 cm*** y ***C'(3) 3 cm.***, obteniendo dichos puntos en verdadera proyección ***Ao*** y ***Co***, que unidos, cortará a ***ho*** en el punto ***O***, obteniendo el ángulo ***α***. *Figura 9.*

De todo los anterior se deduce que un plano queda definido por:

a) Por tres puntos no alineados.
b) Por su recta de máxima pendiente graduada.
c) Por dos horizontales de plano cualquiera acotadas.

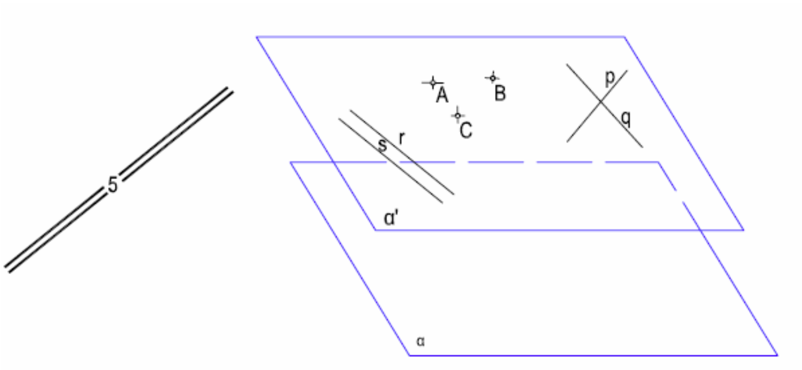
En este segundo caso bastará con trazar una perpendicular a dichas rectas para obtener su l.m.p.

4.2. Plano paralelo al de proyección o plano horizontal.

Se representa por:

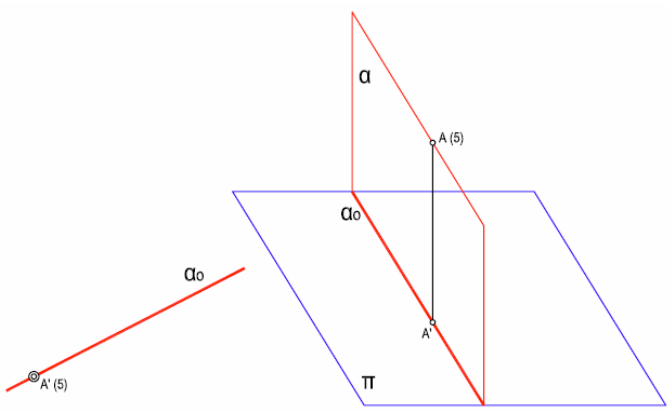
a) Tres puntos de igual cota
b) Dos rectas horizontales que se corten.
c) Dos rectas paralelas que se corten.

Este plano será horizontal, por tanto no tendrá traza y su cota será la misma en cualquier punto del plano. *Figura 10.*



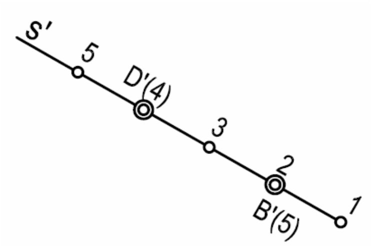
4.3. Plano Perpendicular al de proyección, plano vertical.

Este plano se llama también plano proyectante, viene represado por su traza **αo**, Su l.m.p. es una recta de punta ***A' (5)***. Su intervalo será ***0***. *Figura 11.*

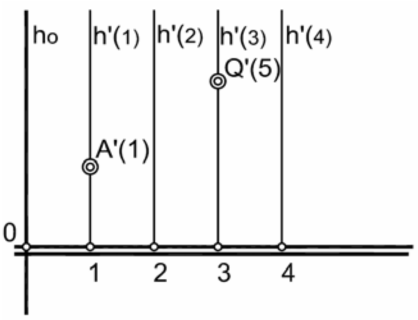


5. Pertenencias

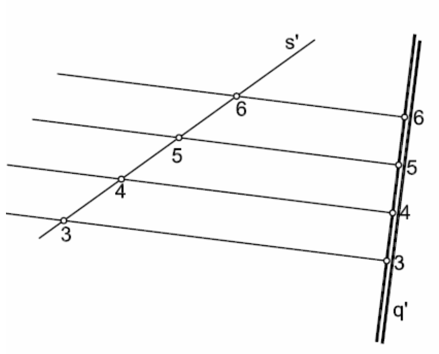
Un punto pertenece a una recta si su cota coincide con la de la recta y su proyección está sobre ella. El punto ***D' (4)***, pertenece a la recta. El punto ***B' (5)***, (*figura 12)* no pertenece a la recta, ya que su numeración no coincide con la recta, aunque su proyección esté sobre ella. Dicho punto estará encima de la recta.



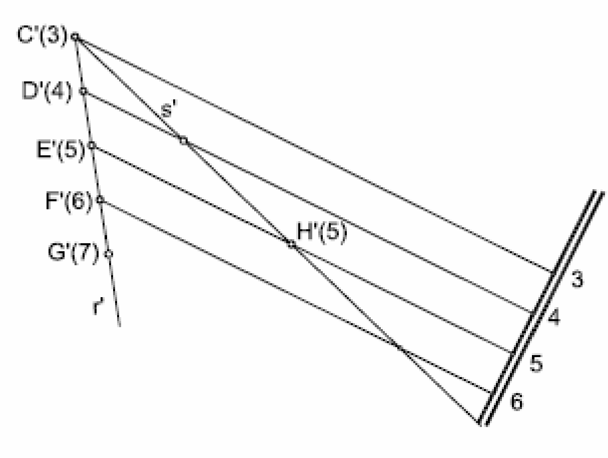
Un punto estará contenido en un plano cuando pertenezca a una recta cualquiera del plano. Sea un plano dado por su línea de máxima pendiente graduada. *Figura 13*. Tracemos por los puntos ***1, 2...***.horizontales de plano. El punto ***A' (1)*** pertenecerá al plano ya que se encuentra sobre una horizontal de la misma cota. El punto ***Q' (5)*** , está por encima del plano.



Para situar una recta sobre un plano bastará con que los puntos de la recta estén sobre las horizontales del plano. *Figura 14*.



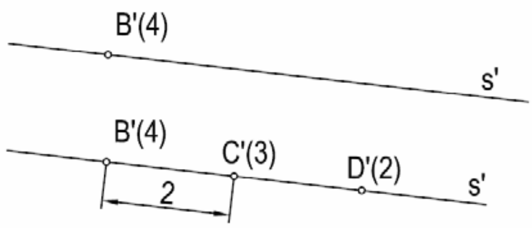
Ejemplo: Definir un plano dado por los puntos ***C'(3)***, ***H' (5)*** y ***G'(7***). *Figura 15*.



Unimos dos puntos cualquiera, por ejemplo el ***C'(3)*** y G***'(7)***. Ahora tendremos un punto y una recta ***r'***. Graduamos la recta ***r'***y unimos el punto ***C'(3)*** con el ***H'(5)*** obteniendo la recta ***s'***, que graduamos. Unimos los puntos de la misma cota de ambas rectas obteniendo las horizontales de plano. Una perpendicular a ellas nos dará la l.m.p. del plano buscado.

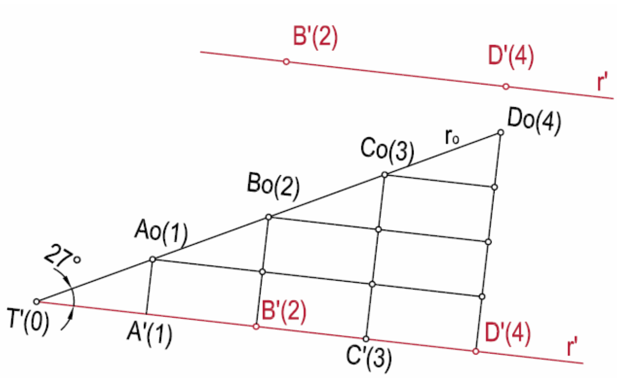
6. Ejercicios Resueltos.

*6.1. Dado un punto **B' (4)** de la recta s' cuya pendiente es de **0,5**, situar en la misma un punto cuya cota sea de 2. Figura 16.*



Teniendo en cuenta que la pendiente ***P = 1/i = 1/0,5 = 2 cm***.
Graduamos la recta ***s'*** a partir de punto ***4***, en cualquiera de los sentidos la recta en partes iguales de **2 cm.**

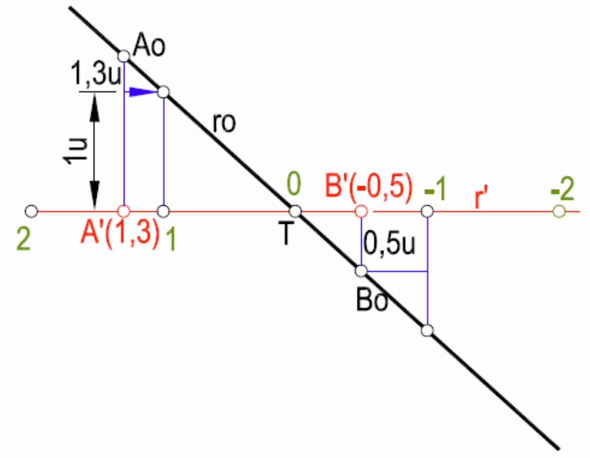
6.2. Dada la recta r' por dos pares de puntos D'(2) y C'(4), graduarla y hallar la traza de la misma y el ángulo que forma con el plano del cuadro. Figura 17.



Levantamos dos perpendiculares a la recta ***r'*** en los puntos ***B'*** y ***D'***, y sobre ella llevamos ***1 cm*** y ***4 cm*** respectivamente. Unimos los puntos ***Do*** y ***Ao*** por una recta que cortará a la ***r'*** en el punto ***T'(0)***, traza de la recta con el plano del cuadro.

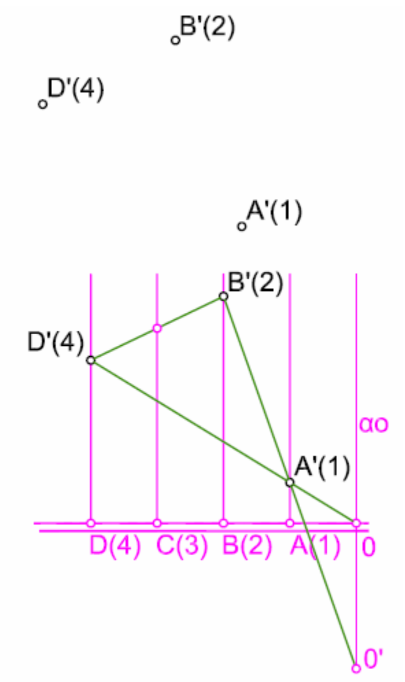
6.3. *Dada la recta r' por los puntos **A'(1,3)** y **B'(-0,5)**, graduarla y hallar la traza de la misma**.** Figura 18.*

Levantamos por los puntos ***A'*** y **B'** dos rectas perpendiculares y llevamos sobre ellas, ***1,3*** cm. en un sentido y el en otro ***0,5*** cm, obteniendo los puntos ***Ao*** y **Bo**, que unidos obtenemos la recta ***ro*** en verdadera posición. La traza de la recta será el punto de intersección de ***ro*** con ***r'***. Trazamos una paralela a la recta ***r'*** con el valor de ***1*** cm, obteniendo el punto ***1***. El intervalo de la recta será ***T1***.



6.4. Dado un plano por tres puntos no alineados, determinar sus elementos: Traza, Línea de máxima pendiente y su Graduación. Figura 19.

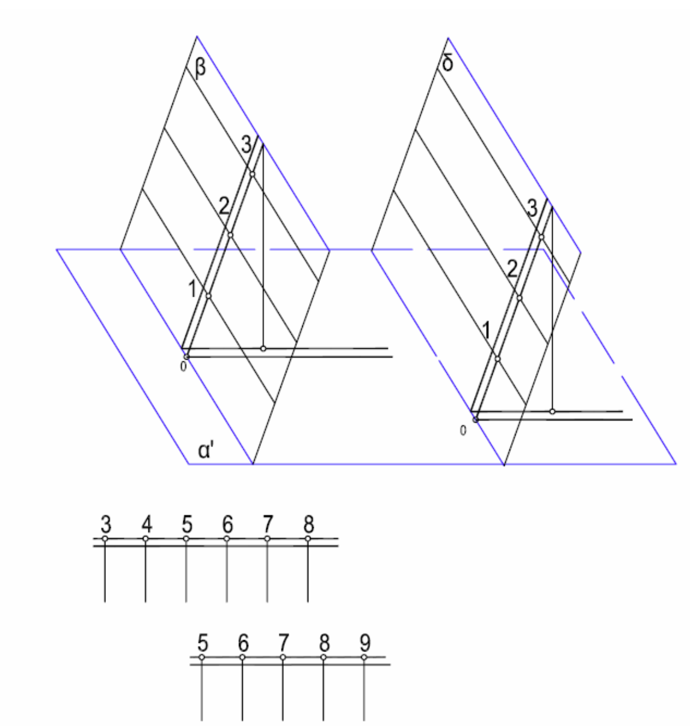
Sean los puntos ***A'(1)***, ***B'(2)*** y ***D'(4)***. Unimos los tres puntos por tres rectas, triángulo ***A'B'D'***. Graduamos dos de ellas, obteniendo los puntos ***0*** y ***0'***, traza de las rectas. Uniendo los dos puntos tendremos la traza del plano α_o y la dirección de las horizontales de plano.



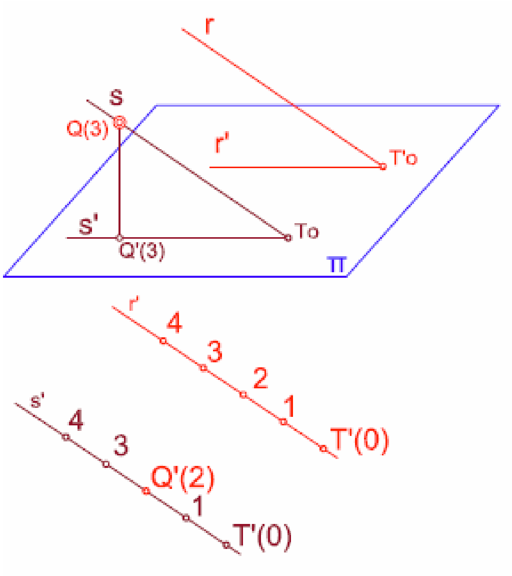
7. Paralelismo

7.1. Planos paralelos.

Para que dos planos sean paralelos las l. m. p. tendrán que ser paralelas y estar graduadas en mismo sentido y tener el mismo intervalo. *Figura 20.*



7.2. Rectas paralelas

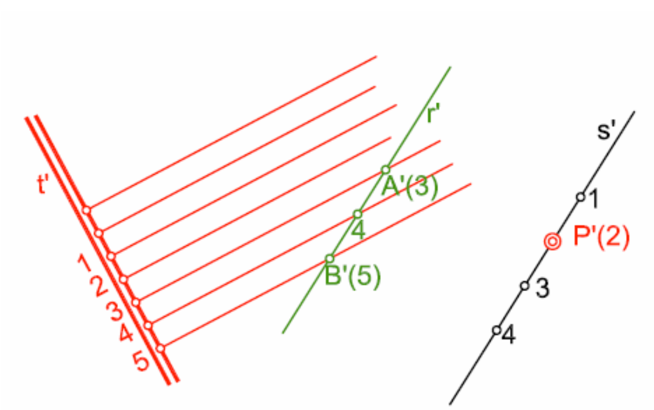


Para que dos rectas sean paralelas en el espacio, sus proyecciones sobre el cuadro deberán de cumplir las siguientes condiciones: *Figura 21.*

a) Sus proyecciones ***r'*** y ***s'*** serán paralelas.
b) Deben de tener el mismo intervalo.
c) Deben estar graduadas en el mismo sentido.

Ejercicio: Trazar por el punto ***Q (2)*** una recta ***s*** paralela a la dada ***r***. Figura____.
Bastará con trazar por el punto ***Q'*** una recta paralela ***r'*** y a continuación graduarla en el mismo sentido y con el mismo intervalo.

7.3. Paralelismo entre recta y plano

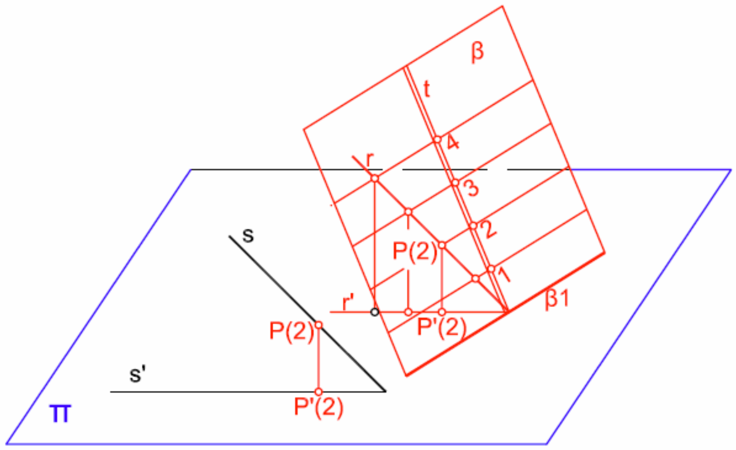


Una recta ***s*** es paralela a un plano ***β*** si lo es una recta cualquiera ***r*** contenida en dicho plano. *Figura 23.*

Ejercicio: Trazar por el punto ***P'(2)*** una recta paralela al plano dado por su l.m.p. graduada ***t'***. *Figura 23a.*

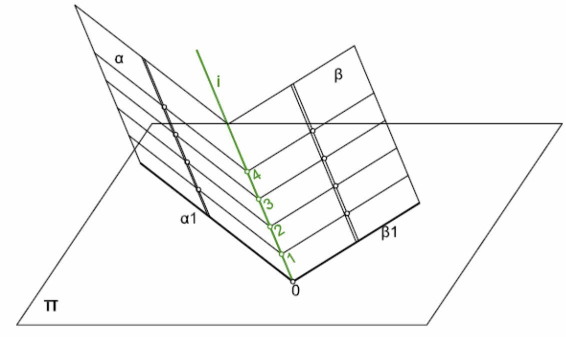
Situamos en el plano una recta cualquiera ***r'***, por el punto ***P'(2)*** trazamos una recta ***s'*** paralela a la anterior.

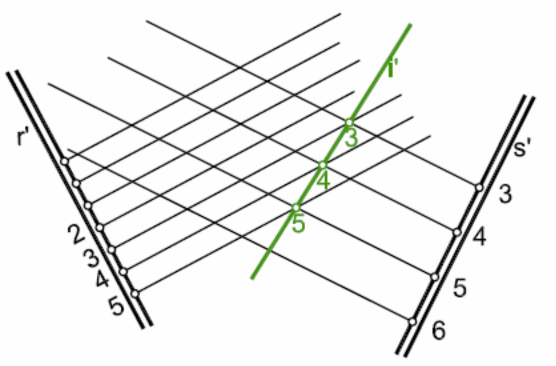
Finalizamos graduando la recta **s'** con el mismo intervalo y en el mismo sentido.



8. Intersección de planos

8.1. Intersección de dos planos oblicuos cualquiera.



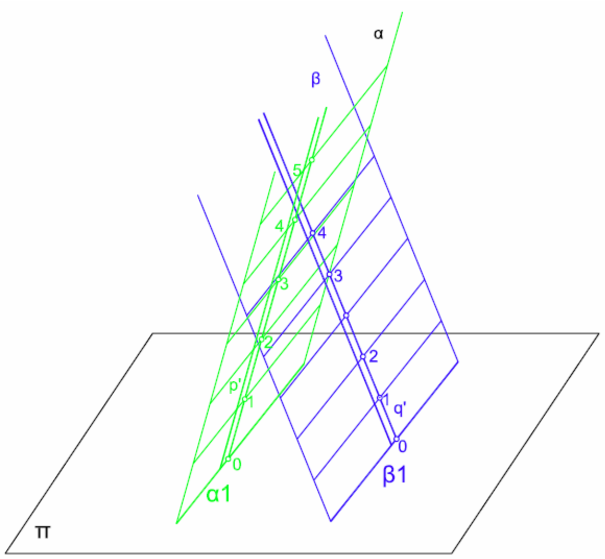


La intersección de dos planos ***α*** y ***β*** es una recta ***i*** , definida por dos puntos. Esta recta puede ser propia o impropia en el caso de que los planos sean paralelos entre si.

Consideremos en el espacio dos planos oblicuos ***α*** y ***β***, dados por su línea de máxima pendiente, ***r’*** y ***s’***. *Figura 24*. La intersección del plano ***α*** con el plano del cuadro ***π*** será la traza ***α1***. La intersección del plano ***β*** con el plano ***π*** será la traza ***β1***. El punto ***0***, pertenecerá a los tres planos y por tanto será un punto de la intersección que se busca. Otro punto cualquiera se halla trazando dos horizontales de plano cualquiera.

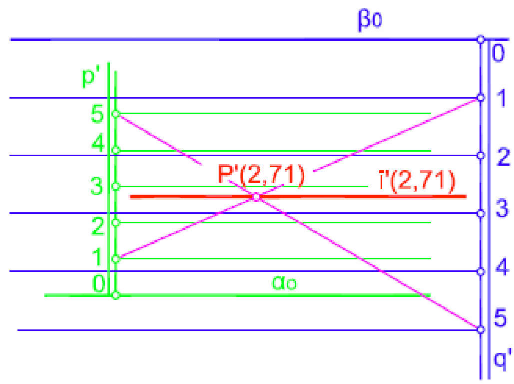
Si los planos tienen la misma pendiente, el intervalo será el mismo. En este caso la intersección de los plano será la bisectriz del ángulo formado por las trazas del plano.

Para hallar la intersección en el plano, bastará con unir los puntos de intersección de dos de las horizontales de planos de la misma cota. En la *Figura 25* será la recta ***i’*** que une los puntos de cota ***5*** y ***3***.



8.2. Intersección de dos planos cuyas trazas son paralelas. Planos paralelos.

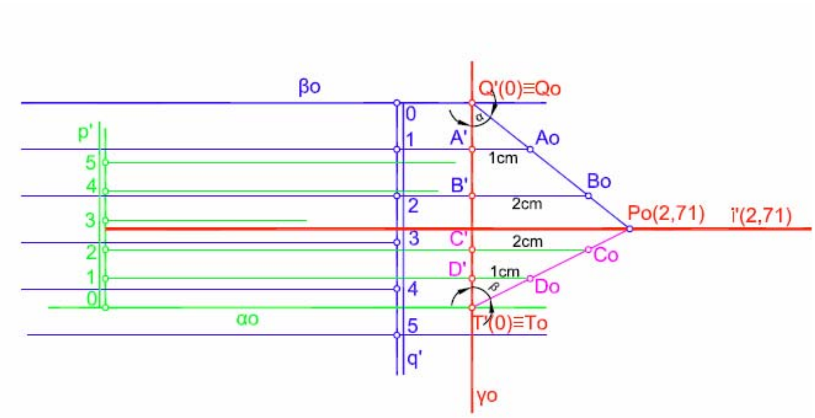
La línea de máxima pendiente será paralela en proyección. En la *figura 26*, tenemos los planos ***α*** y ***β*** en el espacio.



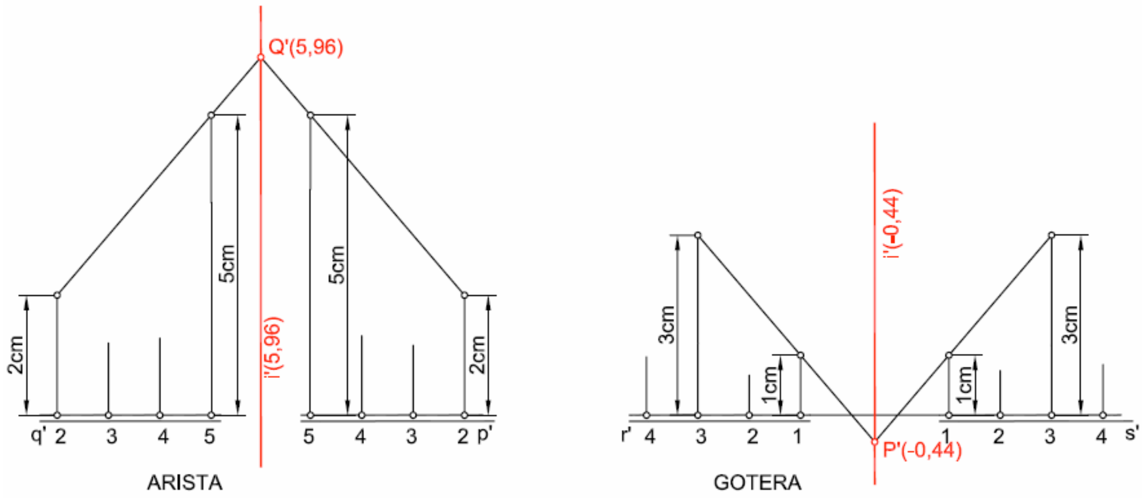
Al abatirlos sobre el cuadro las l.m.p. ***q’*** y ***p’*** quedaran paralelas, su intersección también será paralela a las horizontales de plano. Por lo tanto conociendo un solo punto es suficiente para obtener la intersección de dos planos.

Para obtener el punto de intersección en el plano, basta con unir dos parejas de puntos homólogos, (igual cota). Por el punto de intersección de ambas rectas pasara la intersección de los planos ***P’ (2,71)***. Punto que como puede observarse pertenece a ambos planos. *Figura 27*.

Este ejercicio se puede resolver, por medio del abatimiento de los planos.

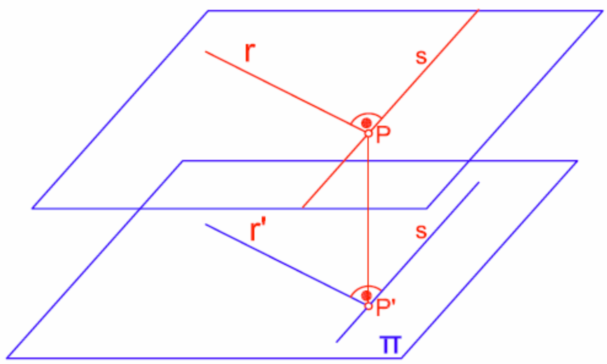


Se cortan ambos planos por otro γ_o perpendicular a las trazas. Seguidamente abatimos ambos planos ***Q'Po*** y ***T'Po***. Hallamos los ángulos que forman con el cuadro α y β, el punto de intersección de las l.m.p. abatidas ***Po***, nos dará la cota de la intersección, ***2,71 cm***. Figura 28.

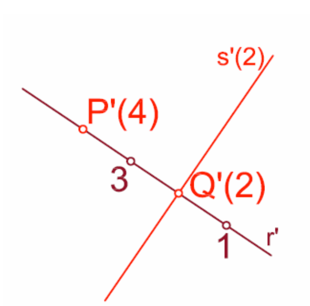


Los planos pueden formar, aristas o goteras. Cuando forman arista, la graduación de la l.m.p, aumenta. Si forma gotera, disminuye. *Figura 29.*

8.3. Rectas perpendiculares.



El teorema de las tres perpendiculares dice: Si dos rectas ***r*** y ***s*** son perpendiculares entre si y una de ellas ***s*** es paralela al plano de proyección, sus proyecciones ortogonales serán perpendiculares. *Figura 30.*



Ejercicio: Trazar por el punto ***P'(4)***, una recta perpendicular a la ***s'(2)***.

Bastará con trazar por el punto ***P'(4)*** una recta perpendicular a ***s'(2)***. El punto de corte ***Q'*** tendrá de cota ***2***. Finalizamos graduando el resto de la recta. *Figura 31.*

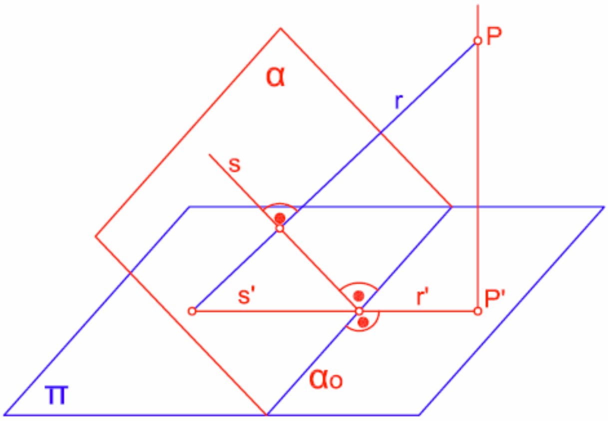
8.4. Recta perpendicular a un plano.

Una recta ***r*** es perpendicular a un plano, ***α*** cuando lo es a una recta ***s*** cualquiera contenida en dicho plano. *Figura 32.*

Para que la recta sea perpendicular al plano ha de cumplirse que:

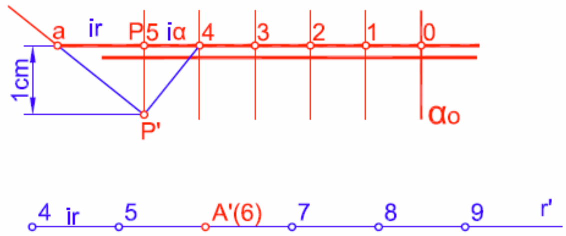
a) La proyección de la recta ha de ser perpendicular a la traza del plano
b) Las pendientes han de ser inversas, ***ir x iα = 1***.
c) Deben de estar graduadas en sentido opuesto.

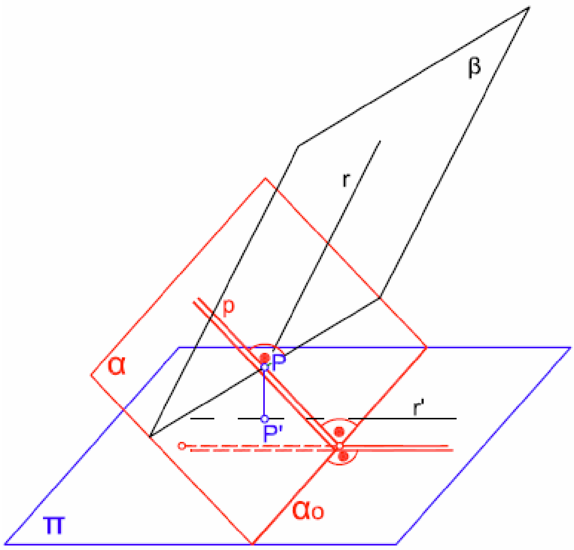
*Ejercicio: Trazar por el punto **A'(6)**, una recta que sea perpendicular al plano **α.***



El primer paso será hallar el intervalo de la recta. Para ello, levantamos por un punto cualquiera ***P***, una perpendicular a la l.m.p. del plano ***α***, llevando sobre ella ***1 cm***. punto ***P'***. La recta ***P'4***, por dará la inclinación del plano ***α.*** Trazamos una perpendicular a la recta anterior, obteniendo el punto ***a***. La distancia ***Pa***, será en intervalo ***ir*** de la recta que buscamos. *Figura 33.*

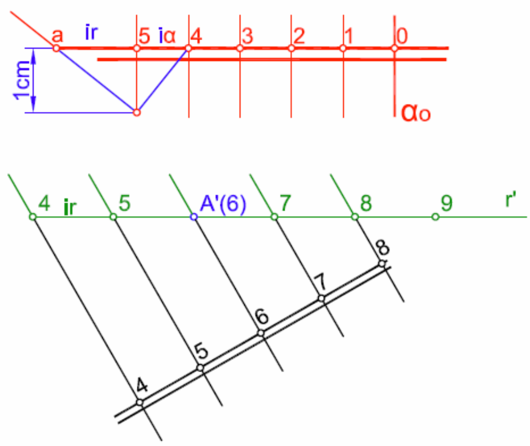
Trazamos por el punto ***A'(6)*** una paralela a la l.m.p. del plano ***α*** y con el intervalo calculado ***ir***, graduamos la recta en sentido inverso.





8.5. Perpendicularidad entre planos

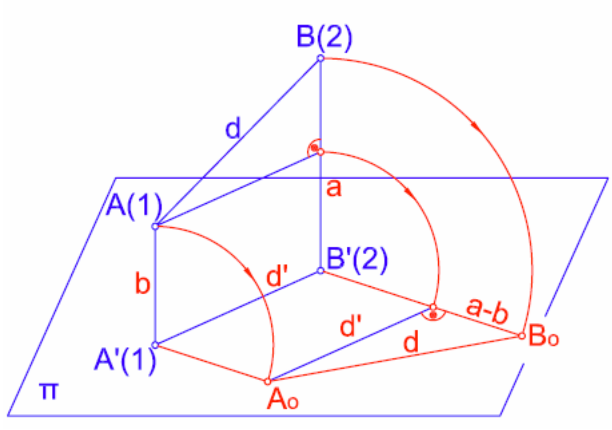
Para que dos planos ***α*** y ***β*** sean perpendiculares, bastará con uno de ellos por ejemplo el ***β*** contenga una recta ***r*** que sea perpendicular al plano ***α***. *Figura 34*



Ejemplo: trazar por el punto ***P*** una plano perpendicular al plano ***α***. Este ejercicio tendrá infinitas soluciones, ya que por un punto pueden pasar infinitos planos perpendiculares.

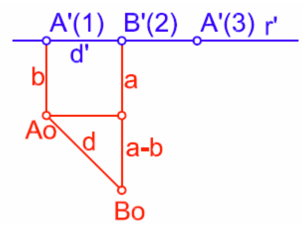
Trazaremos por el punto ***P*** una recta perpendicular al plano ***α,*** ejercicio visto anteriormente). Cualquier plano que pase por este punto cumplirá con lo pedido. *Figura 35.*

9. Distancia entre dos puntos.



Sean los puntos ***A(1)*** y ***B(2)***, en el espacio y proyectemos estos puntos sobre el plano del cuadro obteniendo ***A' (1)*** y ***B'(2)***, la distancia ***d***, será la proyección sobre el cuadro del segmento ***AB = d***. *Figura 36.*

Si por el punto ***A(1)*** trazamos una paralela al cuadro obtendremos ***d'***. La distancia ***a B(2)*** será la diferencia de cotas de los puntos ***A*** y ***B***. De ello se deduce que las distancia entre dos puntos cualquiera del espacio ***A*** y ***B***, será la hipotenusa del triángulo rectángulo formado por la proyección de la recta sobre el cuadro ***d'*** y la diferencia de cotas ***a.***

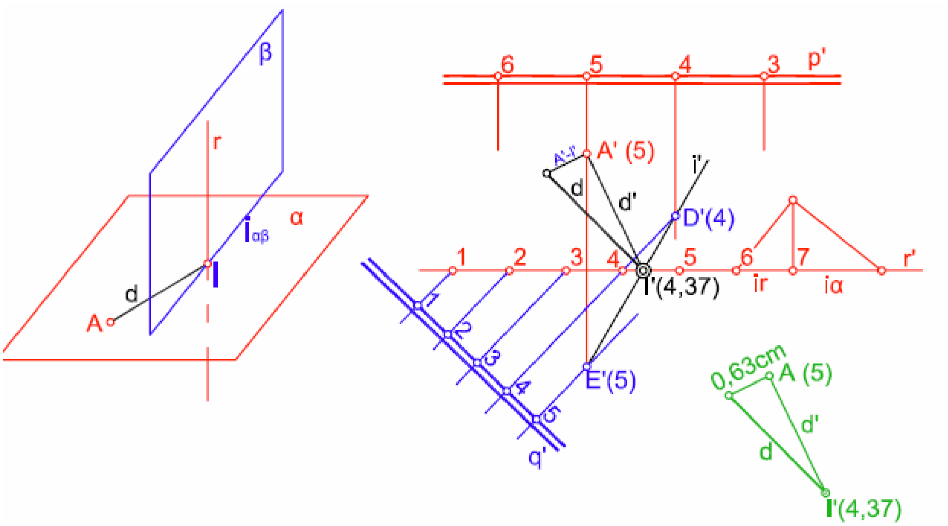


En el plano, operaríamos de ña forma siguiente: trazamos por los puntos ***A'(1)*** y ***B'(2)***, dos perpendiculares a la recta que une ambos puntos ***r'***, llevando sobre ellas ***1*** y ***2*** cm respectivamente, obteniendo los puntos ***Ao*** y ***Bo***. La hipotenusa ***d*** del triángulo formado por ***d'*** y la diferencia de cotas ***a-b***, será la distancia en verdadera magnitud entre los puntos ***A*** y ***B***. *Figura 37*.

9.1. Distancia de un punto a una recta

Veremos un esquema en el espacio, al igual que ya se hizo con el sistema diédrico. *Figura 38.*

Sea el punto ***A*** contenido en el plano ***α*** y la recta ***r***, trazamos por ***A*** un plano perpendicular ***α*** a la recta ***r***, seguidamente hacemos contener a dicha recta en un plano cualquiera ***β***. Hallamos la intersección de los planos ***α*** y ***β***, dicha intersección nos determina el punto ***I***. La distancia que separa el punto ***A*** de la resta ***r*** será la recta ***AI***.



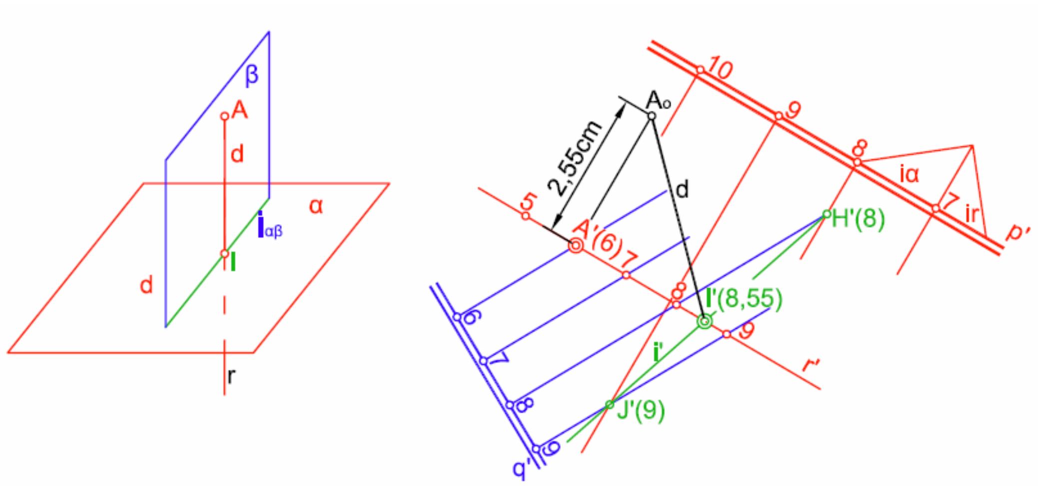
Trabajando en el plano, tendremos el punto ***A' (5)*** y una recta ***r'*** graduada. Por dicho punto, trazaremos un plano ***p'*** perpendicular a la recta ***r***. Hallando previamente el intervalo del plano ***iα***, como se ha visto con anterioridad.

Seguidamente hacemos pasar por la recta ***r'*** un plano cualquiera de l.m.p ***q'***, hallando a continuación la intersección de ambos planos recta ***i'***, Esta corta a la recta ***r'*** en el punto ***I'(4,37)***. La unión de ***I'*** y ***A'***, nos dará la distancia entre el punto y el plano.

Para hallar la verdadera magnitud de ***d'***. levantaremos por ***A' (5)*** una perpendicular a ***d'*** y llevando sobre ella la diferencia cotas ***5-4,37 = 0,63cm***, La distancia en verdadera magnitud, será la hipotenusa del triángulo rectángulo formado.

9.2. Distancia de un punto a un plano

Realizaremos el ejercicio en el espacio. Por el punto ***A*** trazamos una recta perpendicular al plano ***α***. Hacemos contener a la recta en un plano cualquiera ***β***. Hallamos la intersección del plano ***α*** y ***β***, recta ***i** $_{\alpha\beta}$*, que cortara a ***r*** en el punto ***I***. La distancia ***AI***, será la que buscamos.



Trabajemos ahora en el plano.

Sea el punto ***A'(6)*** y el plano dado por su l.m.p. ***p'***. Por el punto ***A***, trazamos una recta ***r'*** paralela a ***p'***,hallando previamente el intervalo de la recta ***ir***. Con el intervalo hallado graduamos en sentido contrario. *Figura 39*.

Seguidamente hacemos contener a la recta ***r*** en un plano cualquiera ***q'***, hallando, a continuación la intersección ***i'*** de ambos planos, dicha intersección cortará a ***r*** en el punto ***I'(8,55)***. La distancia en proyección será la recta ***A'(6)-I'(8,55)***

Para hallar la verdadera magnitud levantamos por ***A'(6)*** y recta una perpendicular y llevamos sobre ella la diferencia de cotas ***8,88-6 = 2,55***. La unión de ***Ao*** con ***I'*** será la verdadera magnitud de la distancia ***d*** que separa el punto ***A*** del plano ***α***,

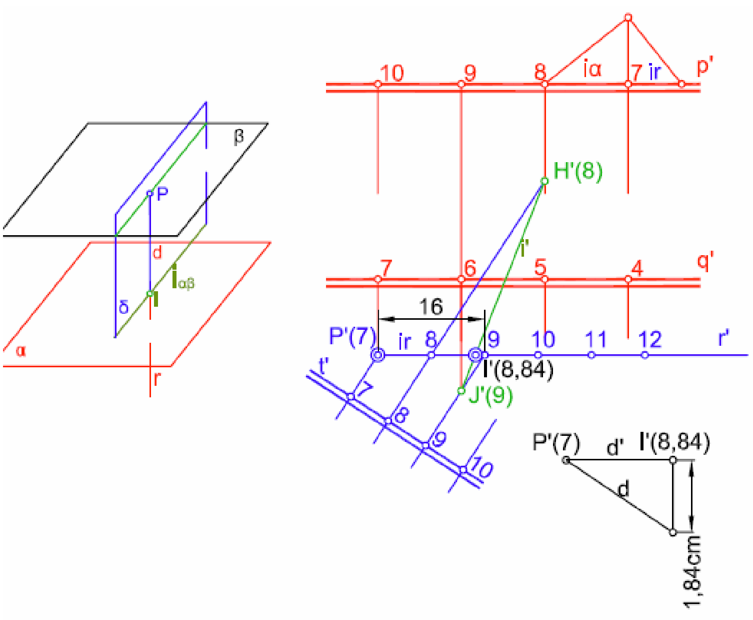
9.3. Distancia entre dos planos paralelos

Sean los planos paralelos ***α*** y ***β***. Elegimos un punto cualquiera ***P*** del plano ***β***, trazamos por el una recta ***r*** perpendicular a ambos planos. Seguidamente hacemos pasar por la recta ***r*** un plano cualquiera ***δ***, hallando a continuación la intersección con el plano ***α***, recta ***iαβ***, obteniendo en la recta ***r***, el punto ***I***, La distancia ***PI***, será la que separa el punto del plano.

Para trabajar en el plano seguiremos los mismos pasos.

Sean los planos paralelos ***α*** y ***β***, cuyas l.m.p. son ***p'*** y ***q'***. Elegimos en el plano ***β*** el punto ***P'(7)***, trazando por el una recta perpendicular, calculando previamente el intervalo de la recta ***ir***. *Figura 40.*

Hacemos contener a la recta ***r*** en un plano cualquiera por ejemplo el plano ***δ***, de l.m.p. ***t'***.



Hallamos la intersección con el plano de l.m.p. ***p'***. La recta ***J'H'*** cortará a ***r'*** en el punto ***I'(8,84)***. La distancia en proyección será la recta ***P'(7)-I'(8,84)***

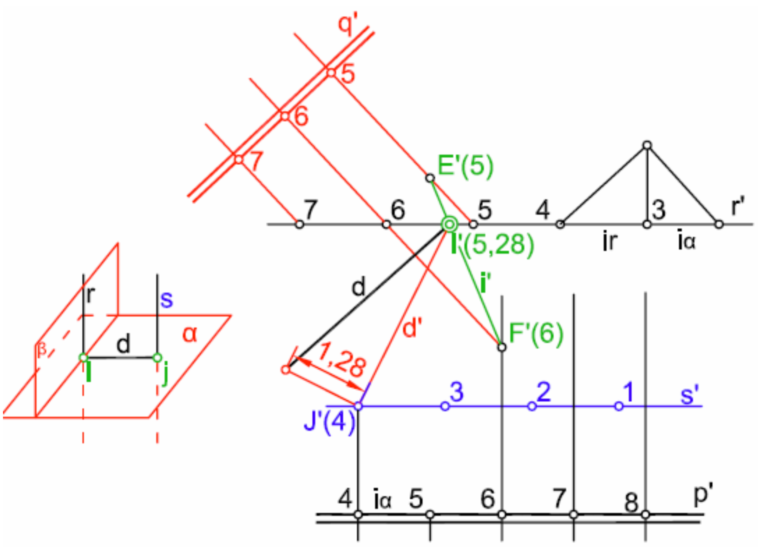
Para hallar la verdadera magnitud, construimos un triángulo rectángulo en el que un cateto sea la distancia ***P'I'*** y otro cateto la diferencias de cotas ***1,84 cm***. Su hipotenusa ***d*** será la distancia buscada.

9.4. Distancia entre dos rectas paralelas.

Sean las rectas ***r*** y ***s*** en el espacio, elegimos un punto cualquiera ***J*** de la recta ***s*** y trazamos un plano ***α*** perpendicular a ambas rectas. Hacemos pasar por ***r*** un plano cualquiera ***β***, hallando su intersección con el plano ***α***. La distancia ***JI***, será la buscada.

En el plano operamos de la misma forma. Sean las rectas graduadas ***r'*** y ***s'***. Por un punto cualquiera de la recta ***s'***, por ejemplo ***J'(4)***, trazamos un plano ***α*** de l.m.p. ***p'.*** Previamente hallaremos el intervalo del plano ***iα***.

Seguidamente hacemos contener a la recta ***r'*** en un plano l.m.p. ***q'***.



Hallamos la intersección del plano ***p'*** y ***q'***, recta ***i'***. Esta recta corta ala ***r'*** en el punto ***I' (5,28)***.

El resto es similar al ejercicio anterior. *Figura 41.*

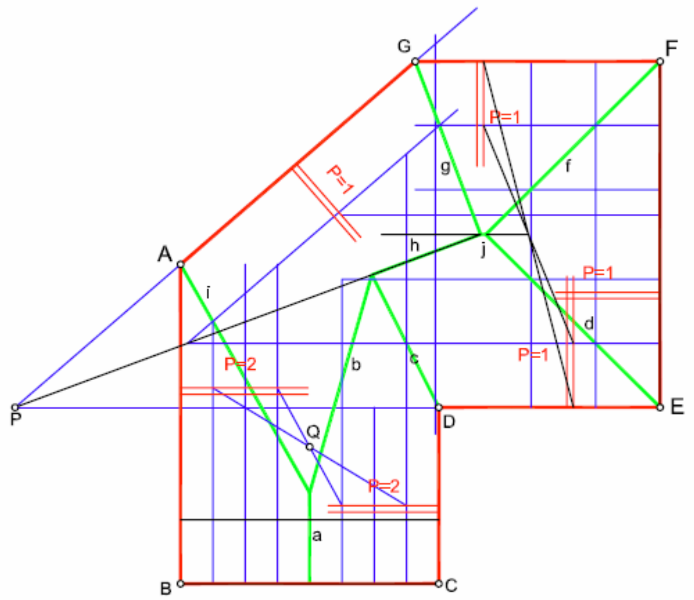
10. Ejercicios de aplicación

La utilización practica de las intersecciones de planos es la resolución de las cubiertas de un edificio, partiendo del plano de la última planta del mismo. Deberemos de conocer la pendiente de cada uno de los planos inclinados. Su resolución se realizara hallando la intersección de todos los planos que se formen con los lados del polígono.

10.1. Dada la poligonal de aleros de la figura y las pendientes indicadas, para cada uno de los faldones. Dibujar las proyecciones de la cubierta, siendo el tejado de la zona ABCD a dos aguas.

1) Partimos de la poligonal A, B, C, D, E, F, G, H. Teniendo en cuenta que la pendiente ***P = 1/i,*** Los aleros con pendiente ***1***, trazaremos las horizontales de plano a ***1 cm***. Los aleros con pendiente ***2***, las horizontales de plano estarán a ***0,5 cm.*** *Figura 42.*

2) Una vez trazadas las l.m.p. y las horizontales de plano, pasaremos a trazar las rectas intersección de los distintos planos. La zona ***ABCD***, que es a dos aguas las l.m.p. son paralelas, para hallar la intersección, utilizaremos unos de los métodos visto anteriormente



3) Uniremos la horizontal **1** del plano ***CD*** con la ***1*** del plano ***BC*** y la ***2*** del plano ***CD*** con la ***2*** del plano ***AB***. La arista ***a*** debe pasar por el punto ***Q*** de intersección de ambas rectas y ser paralelo al alero.

La zona ***DFGH***, tendrá varias intersecciones.

4) Comenzaremos por los faldones ***DE*** y ***EG***. Al tener la misma pendiente, su intersección será la bisectriz del ángulo formado por ambas rectas. También se puede hallar uniendo el punto de intersección de las horizontales de valor ***1*** y las de valor ***2.*** De esta forma obtendríamos la recta ***d*** y ***f***.

5) Seguidamente debemos comprobar si existen otras intersecciones. Unimos la horizontal de valor ***0*** del plano ***DE*** con la ***0*** del plano ***AG***, que nos determina la recta ***h***. Por el mismo procedimiento hallamos el resto de las intersecciones.

*10.2. Dada la cubierta de un edificio de forma pentagonal con un patio de luces interiores. Representar la cubierta del tejado, teniendo en cuenta que las pendientes exteriores tienen **2/3** y las del patio de luces de ½. Figura 43.*

1) El primer paso será calcular los intervalos de la cubierta que serán el inverso de la pendiente.

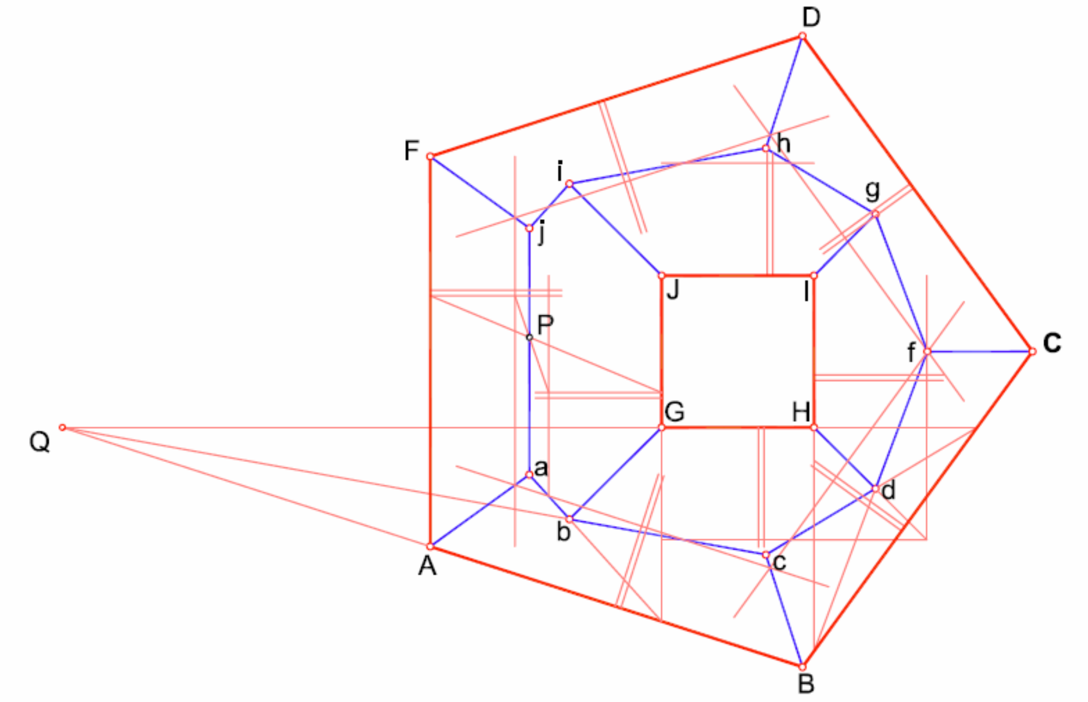
Pendientes exteriores 3/2 = 1.5 cm.
Pendientes interiores 2/1 = 2 cm.

2) Seguidamente trazamos las líneas de máxima pendiente y con el calculo anterior las horizontales de plano.

3) Pasamos a continuación a hallar las intersecciones de los distintos plano.

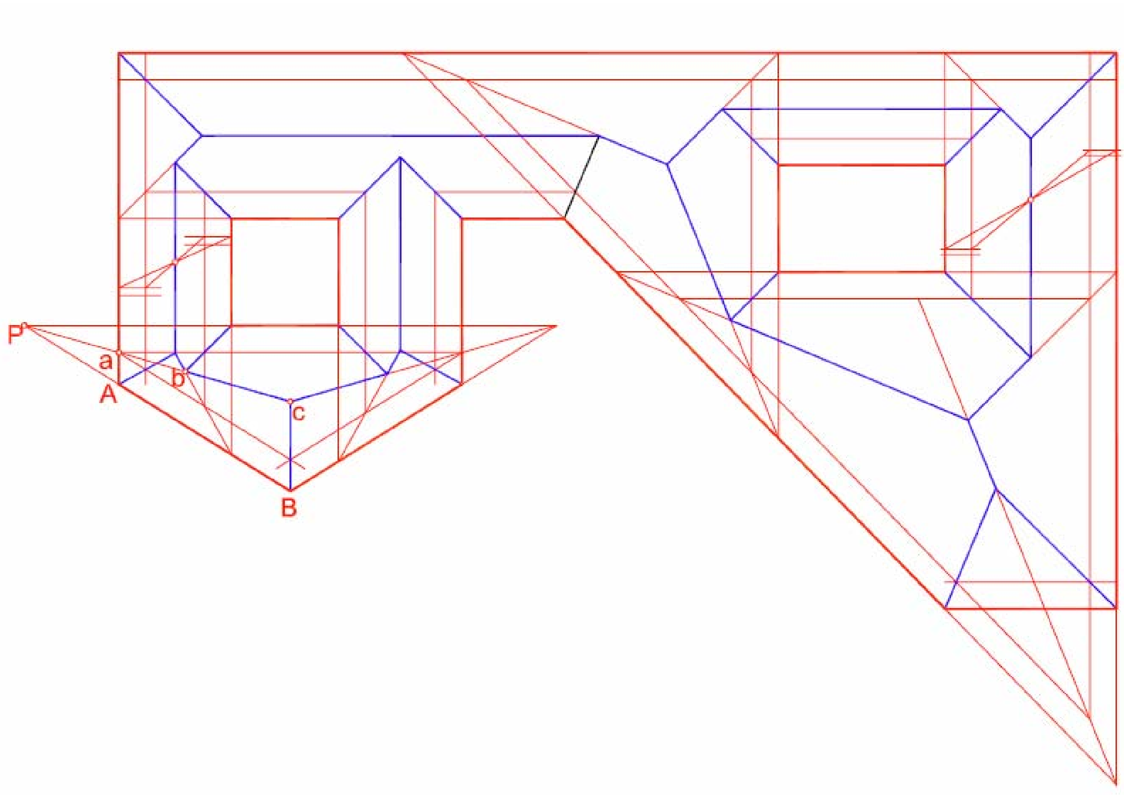
4) Las intersecciones de los planos ***A, B, C , D, F***, serán las bisectrices de los ángulos, o bien la unión de las horizontales de plano de cota ***0*** y las de cota ***1***. Recta ***Qbc***.

5) Seguidamente hallamos la intersección de los plano paralelos ***AF*** y ***GJ***, determinando el punto ***P***. La intersección será paralela a las horizontales de plano. Determinando los puntos ***a*** y ***j***.
El resto de los puntos se hallan de forma similar a lo anteriores.



10.3. Construir la cubierta del tejado cuya planta es la de la figura, teniendo presente que todos los intervalos valen 0,5 cm. Figura 44.

1) El primer paso será dibujar las líneas de máxima pendiente que sean necesarias, trazando posteriormente las horizontales de plano.
El resto del ejercicio es similar al visto con anterioridad.



11. Abatimientos

Los abatimientos son utilizados en la geometría descriptiva para obtener verdaderas magnitudes**.** Trabajaremos primero en el espacio.

Decimos que abatimos un plano sobre otro, cuando hacemos superponer el primero sobre el segundo, haciendo girar alrededor de un eje, llamado charnela, que es la intersección de ambos. Con los abatimientos se pretende obtener verdaderas magnitudes de rectas o figuras planas.

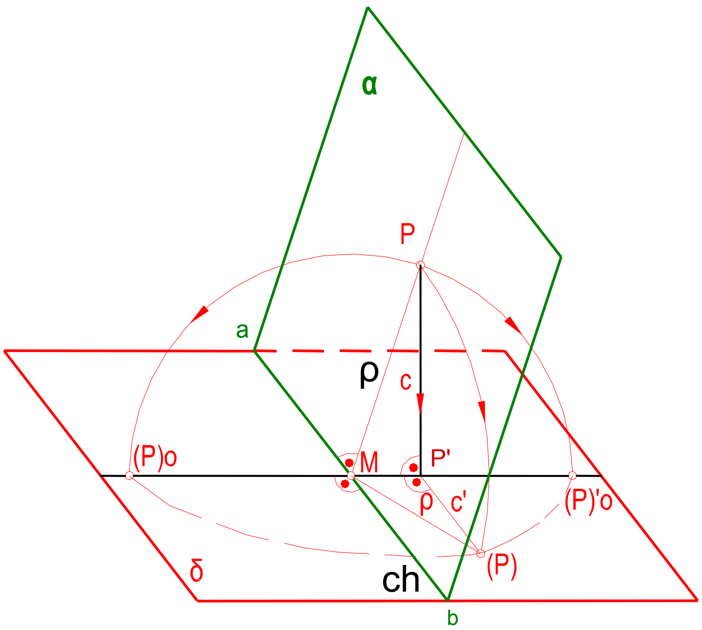
En este capítulo se habrá de abatir puntos y rectas, pero realmente los que haremos será abatir el plano que las contiene

11.1. Mecanismo de los abatimientos.

Adoptaremos un punto ***P***, situado en el plano ***α*** , abatimos dicho plano ***α*** que contiene al punto ***P***, utilizando como charnela ***ch*** la intersección de los planos ***α*** y **δ**. *Figura 45*.

La mínima distancia del punto a la charnela ***MP***, será el radio de giro ***ρ***, el cual se halla como hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos catetos son ***P' M*** *(distancia del punto a la charnela)* y ***P' (P)*** *(cota del punto con respecto al plano de abatimiento).*

En lugar de operar en el espacio lo haremos sobre el plano de proyección. Abatimos el triángulo ***MPP',*** sobre el plano de proyección ***MP(P)***. La circunferencia de centro ***M*** y radio ***M(P) = ρ*** cortará a la perpendicular a la charnela en los puntos ***(P)o*** y ***(P')o***, puntos abatidos.



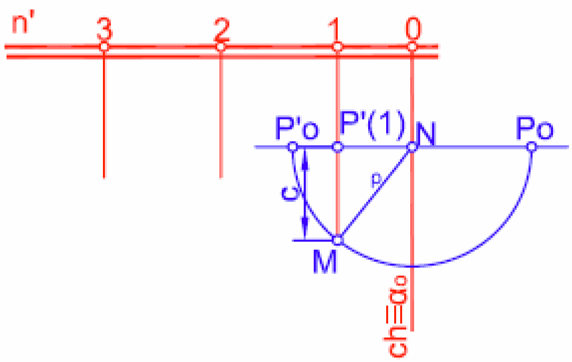
Como puede observarse en la figura, en el triángulo ***MP'(P)***, se cumple que:

d) Que el radio de giro ***ρ,*** se ha hallado trazando una perpendicular a la charnela ***ab***.

e) Que ***P'M*** es perpendicular a la charnela ***ch,*** en el punto ***M.***

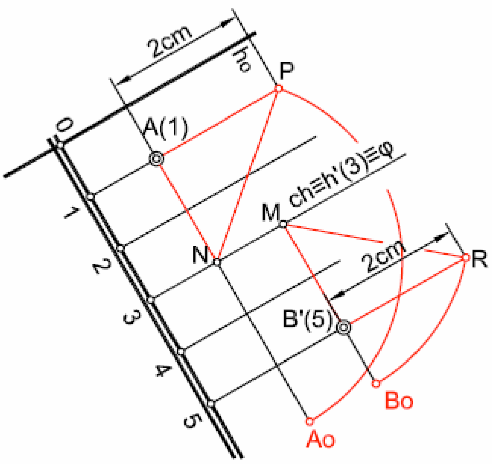
f) Que ***P'(P)***, es paralela a la charnela, y cuya magnitud es la cota del punto con respecto al plano de abatimiento y coincide con la horizontal de plano de la misma cota.

Ahora trabajaremos en el sistema de planos acotados. *Figura 46*. Consideremos un plano ***α*** dado por su l.m.p. graduada ***n'***. Utilizaremos como charnela la traza del plano ***αo***. Por un punto cualquiera, por ejemplo ***P'(1)*** se traza la perpendicular a la charnela y una paralela que en este caso coincide con la horizontal de plano ***1***. Sobre la paralela se toma un segmento igual a la cota ***P'(1) N***. El radio de ***ρ*** giro será la distancia de ***MN***. Con centro en ***N*** trazamos un arco que cortará a la perpendicular a la charnela en los puntos ***Po*** y ***P'o***.



11.2. Abatimiento de un plano

Un plano cualquiera se puede abatir sobre un plano horizontal cualquiera, solo hay que tener encuentra que sobre la recta paralela a la charnela debemos de tomar la diferencia de cotas entre el punto y el plano que pase por la charnela. *Figura 47.*



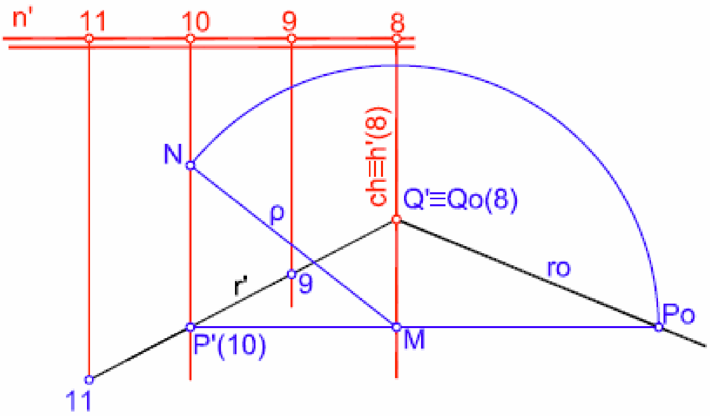
En la figura se ha tomado como plano de abatimiento el horizontal de cota ***h'(3)***. Si tomamos el punto ***A'(1)***, trazamos una perpendicular a la charnela y sobre la horizontal de plano ***h'(1)***, llevamos la diferencia de cotas con la charnela es decir **2** cm. Haciendo centro en ***N***, trazamos un arco que corte a la perpendicular a la charnela en el punto ***Ao***, que será el punto abatido del plano. Lo mismo repetiremos con el punto ***B'(5)***. Como puede apreciarse para abatir el plano lo que hemos realizado es el abatimiento de la figura o punto contenido en el plano.

11.3. Abatimiento de una recta

Para abatir una recta, bastará con abatir dos puntos de la misma.

Sea el plano dado por su l.m.p. ***n’***, una recta ***r’*** contenida en el mismo. Elegimos un punto cualquiera de la recta, por ejemplo el punto ***P’(10)*** y lo abatimos utilizando con charnela la horizontal de plano de cota **8**. *Figura 48.*

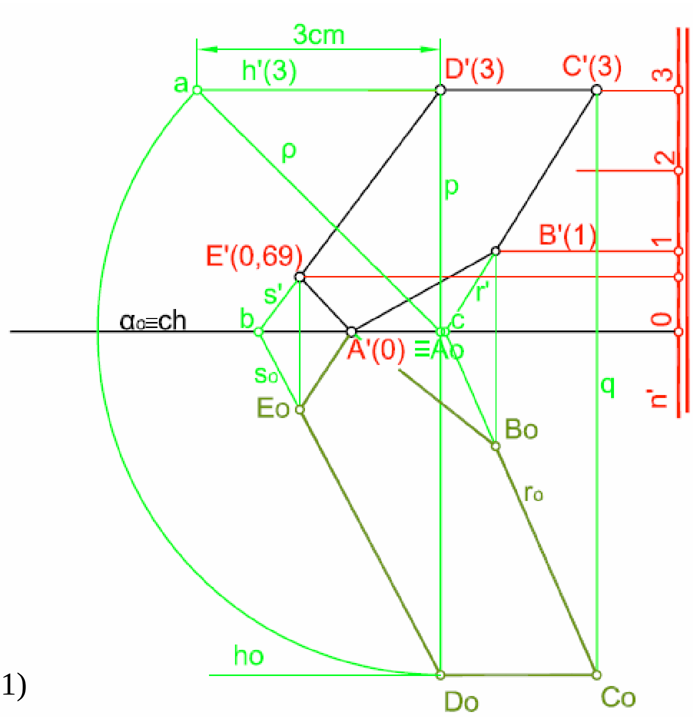
Por el punto ***P’(10)*** trazamos una perpendicular a la charnela ***P’ M*** y una paralela que coincide con la horizontal de plano de cota ***10***. Llevamos a partir de ***P’*** la diferencia de cotas ***10-8 = 2 cm.*** Trazamos un arco de radio de giro ***ρ =MN***. Este cortará a la perpendicular ***P’M*** en ***Po,*** punto abatido. El punto ***Q*** se obtiene de forma directa ya que por estar en la charnela es un punto doble y su abatimiento coincidirá con el punto. La unión de ambos puntos nos da la recta abatida ***ro.***



11.4. Abatimiento de una figura plana

Entre la proyección de una figura plana contenida en un plano ***α***, la proyección ortogonal sobre el plano del cuadro y la figura abatida sobre dicho plano existe una relación de afinidad en la que se cumple que:

g) Eje de afinidad ***Ea***: Será la traza del plano o charnela.
h) Dirección de afinidad Da: Rectas perpendiculares a la charnela
i) Dos rectas afines se cortan en el mismo punto del eje de afinidad.



1)

Sea la figura plana dada por los puntos en proyección ***A’***, ***B’***, ***C’***, ***D’***, ***E’***, situada en un plano ***α*** dado por su l.m.p. ***n’***. *Figura 49.*

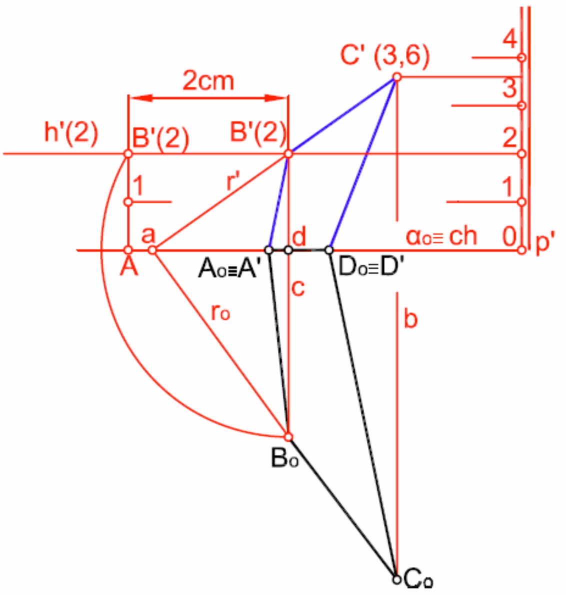
1) El primer paso será abatir el punto ***D’***. Para ello trazaremos por ***D’*** una perpendicular a la charnela ***ch*** y sobre la horizontal de plano ***3*** y a partir de ***D’*** llevaremos tres unidades. Con centro en ***c*** y radio de giro ***ρ***, trazamos un arco hasta que corte a la perpendicular ***p***, obteniendo el punto ***Do***.

2) Seguidamente prolongaremos la

recta ***s***, obteniendo el punto ***b*** y por afinidad obtenemos ***Do***.
Continuando con restas afines hallamos el resto de los puntos.

11.5. Elevación de una figura plana

Este ejercicio es inverso al anterior. Partiremos de una figura en verdadera magnitud y hallaremos su proyección sobre una plano en el que se conoce un vértice de la figura y su traza ***αo***.



Sea la figura ***Ao***, ***Bo***, ***Co***, ***Do***, dada en verdadera magnitud situada en el plano cuya traza es ***αo***, que se conoce, así como el punto ***B'*** de cota ***2***. Se pide hallar la proyección de dicha *figura 50.*

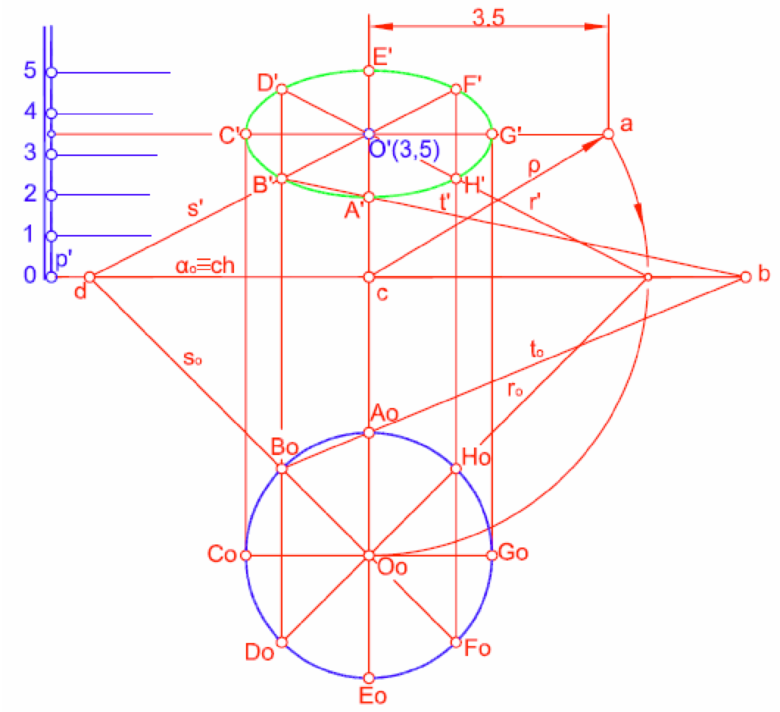
1) El primer paso será hallar el plano que contiene a la figura.

2) Para ello trazamos por ***Bo*** una perpendicular ***c*** a la charnela, llevando, a continuación sobre ella ***2 cm.***

3) Haciendo centro en el punto ***d*** intersección de la perpendicular con la charnela, trazamos un arco que corte a la recta ***AB'*** en el punto de cota ***2***, horizontal del plano que buscamos.

2) Los puntos **Ao** y ***Do***, por estar en la charnela son puntos dobles.

3) Prolongando la recta ***ro*** hasta que corte a la charnela punto ***a***. La recta ***r'*** será afín de ***ro*** y nos determinará el punto ***C***



11.6. Proyecciones de una circunferencia.

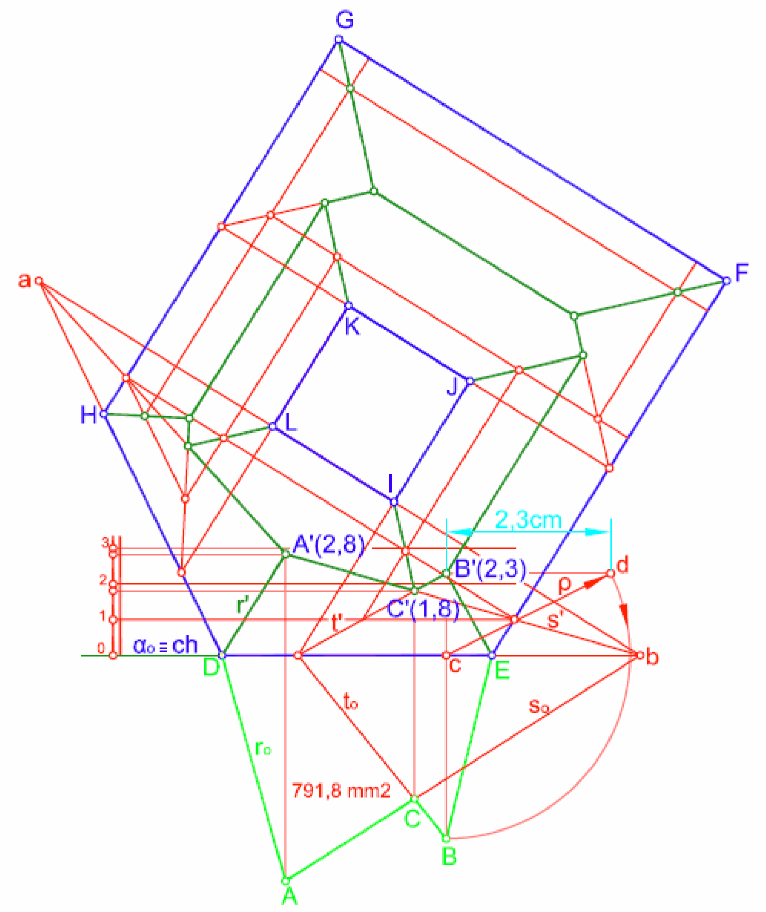
Dado un plano por su l.m.p. graduada, situar una circunferencia de diámetro ***25*** mm., cuyo centro tiene de cota ***3,5 cm***. *Figura 51.*

1) Trazamos la horizontal de plano de cota ***3,5*** cm.
2) En un punto cualquiera de ella situamos el centro ***O'(3,5)***

3) Por el punto ***0*** de la l.m.p. trazamos ***αo*** que será la charnela ***ch.***

4) A partir de ***O'*** llevamos ***3,5*** cm, uniendo el punto ***a*** con ***c***.

5) Con el radio de giro ***ρ*** trazamos un arco que corte a la perpendicular a la charnela por ***O'*** en el punto ***Oo***, centro de la circunferencia de diámetro ***25*** mm.



6) Dividimos la circunferencia en un número de partes, por ejemplo ***8.***

7)Trazamos la recta ***so*** y su afín ***r'***, obteniendo sobre la perpendicular a la charnela que pasa por ***DoBo***, los puntos ***B'D'***.

8)El resto de los puntos de obtienen de forma análoga.

11.7. Ejercicio. Resolución de una cubierta y abatimiento de una de sus vertientes.

Sea la cubierta dada por los puntos ***D***, ***E***, ***F***, ***G***, ***H***, que tiene un patio de luces ***I***, ***J***, ***K***, ***L***. El intervalo para todas sus vertientes será ***0,5 cm***. Se pide.

A) Resolver la cubierta.
B) Hallar la superficie del alero ***A'***, ***B'***, ***C'***, ***E***, ***D***.

1) Trazamos todas las horizontales de plano con intervalo **0,5 cm.** *Figura 52.* Las intersecciones de los planos que concurren en los vértices de la cubierta se hallan trazando las bisectrices de sus ángulos, o bien uniendo las horizontal de cota ***0*** y la de cota ***1***.

2) Seguidamente hallamos la intersección del plano de traza ***GH*** con el plano de traza ***JK***.
El resto de las intersecciones son semejantes.

3) Para hallar la verdadera magnitud del alero ***A'***, ***B'***,***C'***, ***E***, ***D***, trazamos la línea de máxima pendiente de este plano y la graduamos, obteniendo las cotas de los vértices ***A'(2,8***), ***B'(2,3)*** y ***C'(1,8)***.

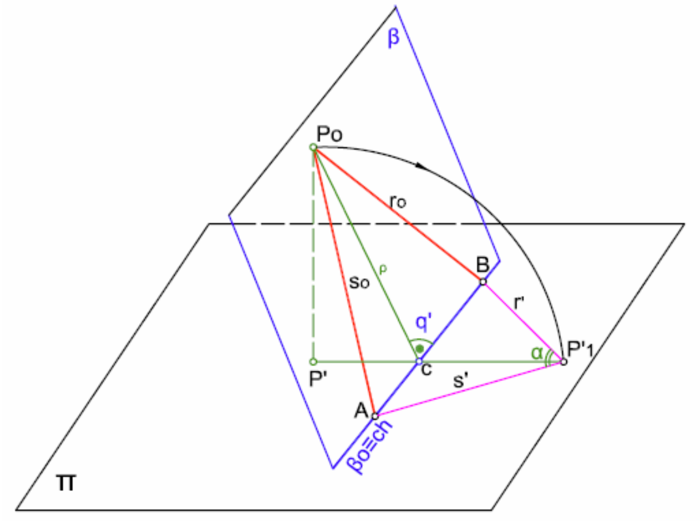
4) Seguidamente por un punto cualquiera, por ejemplo el ***B'(2,3),*** trazamos un perpendicular a la charnela que cortará a esta en el punto ***c***. Llevamos ***2,3 cm***. sobre la horizontal de plano a ***B'***. Haciendo centro en ***c*** con el radio de giro ***ρ***, trazamos un arco que corte a la perpendicular ***cB***', en el punto ***B***. El resto del ejercicio se resuelve por afinidad.

Para hallar la superficie, bastará con resolver un pequeño ejercicio de geometría.

12. Ángulos

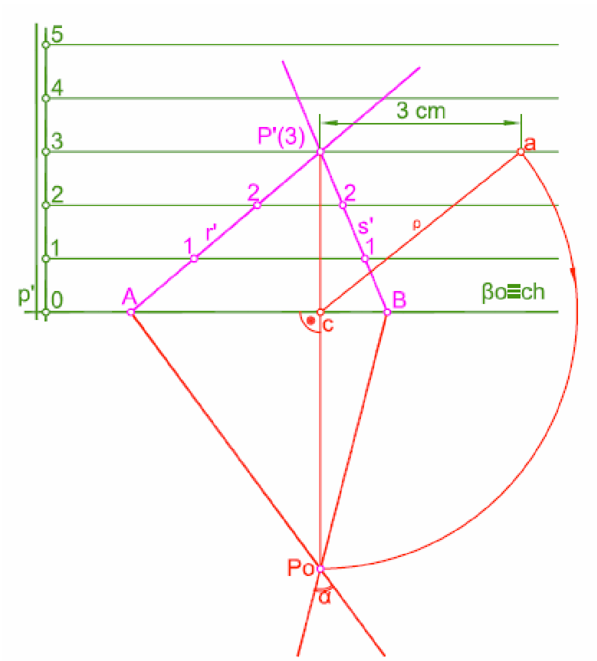
12.1. Ángulos de dos rectas.

Bastará con abatir el plano ***β*** que contiene a las rectas. Las rectas abatidas nos determinarán el ángulo ***α***. *Figura 53.*



Sean las rectas ***ro*** y **so** en el espacio que se cortan en el punto ***Po*** situadas en el plano ***β***. Por el punto ***Po***, trazaremos una perpendicular al plano del cuadro ***π***, punto ***P',*** por donde trazamos una perpendicular a la charnela, traza ***βo*** del plano, obteniendo el punto ***c***. Haciendo centro en ***c*** y radio ***ρ***, describimos un arco que cortará a la perpendicular en el punto ***P'1***. Los puntos ***A*** y ***B*** son puntos dobles, por tanto estarán abatidos en si mismo. La unión de ***A y B*** con ***P'1***, nos darán las rectas ***r'*** y ***s'*** y con ellas el ángulo que forman. Hemos utilizado como charnela la traza ***βo*** del plano.

En el plano seguiremos el mismo procedimiento. Sean las rectas ***r'*** y ***s'***, que se cortan en el punto ***P'(3)***, y situadas en el plano cuya l.m.p. es la recta ***p'***. Utilizaremos como charnela la traza ***βo*** del plano.



Los puntos ***A*** y ***B***, dos puntos dobles por encontrase en la charnela.

Par abatir el punto ***P'***, trazamos una perpendicular a la charnela por dicho punto, cortando a esta en ***c***.

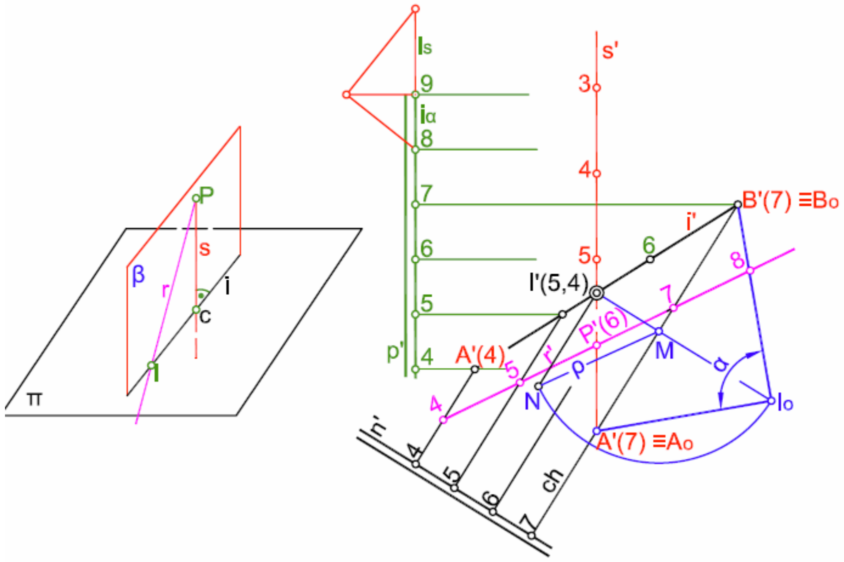
Sobre la horizontal de plano de cota ***3***, llevamos ***3*** cm, punto ***a***, que unimos con ***c***. Haciendo centro en ***c*** y con radio de giro **ρ**, trazamos un arco hasta que corte a la perpendicular en ***Po***. La unión de ***Po*** con **A** y ***B*** nos determina el ángulo.

12.2. Angulo que forma una recta con un plano.

Podemos observar en el espacio los pasos que se van a seguir. Se pide hallar el ángulo que forma la recta ***r*** con el plano ***π***. Como puede comprobarse, el ángulo que forma la ***r*** recta con el plano ***π*** es el mismo que forma dicha recta con su proyección ***i***.

Para resolver el problema seguiremos los pasos siguientes: *Figura 55*.

1) Tomaremos un punto cualquiera en la recta ***r***, por ejemplo ***P'(6)***, y por el trazaremos una perpendicular al plano, hallando previamente el intervalo de la recta ***is***.



2) A continuación haremos contener a la recta ***r'*** y a ***s'***, en un plano de l.m.p. ***n'***.

3) Hallaremos la intersección del plano ***n'*** con ***p'***, recta ***i'***., que cortará a ***s'*** en el punto ***I'(5,4)***.

4) Abatiremos la recta ***i'*** y la recta ***r'***, tomando como charnela la horizontal de plano de cota **7**. Los puntos ***A'*** y ***B'***, por estar en la charnela son puntos dobles estando abatidos en si mismo.

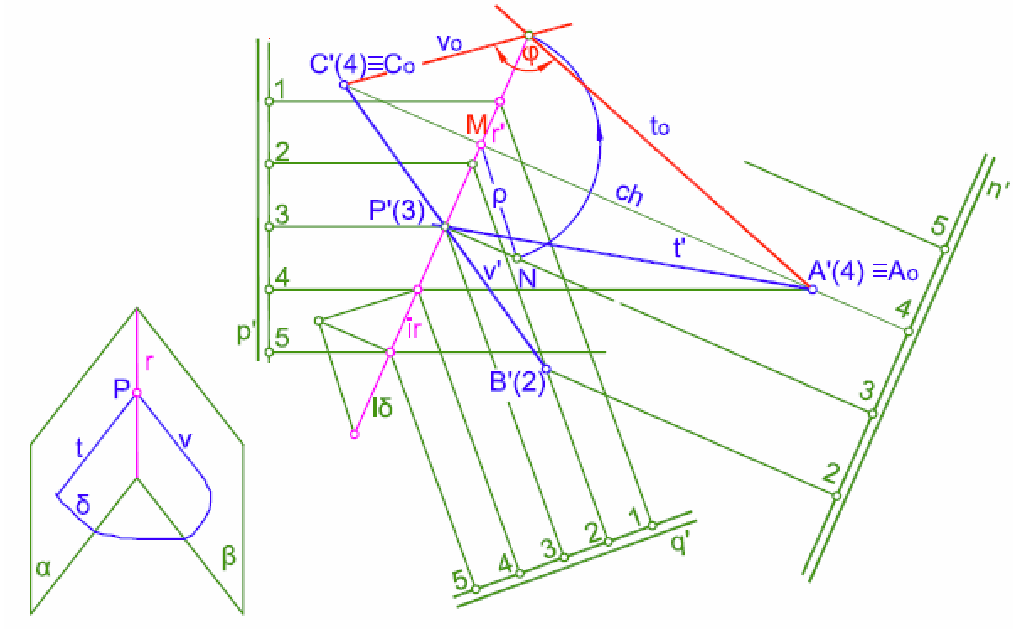
5) Sobre el punto ***I'***, llevamos la diferencia de cotas entre la chanela y ***7 - 5,4= 1,6*** cm. Con el radio de giro ***ρ***, y haciendo centro en ***M***, trazamos un arco que nos determina el punto ***Io***, que unido con ***Ao*** y ***Bo***, nos dará el ángulo buscado ***α***.

12.3. Angulo que forman dos planos.

Para su resolución se pueden emplear dos métodos:

a) Trazar un plano perpendicular a la arista de intersección de ambos plano.
b) Trazar por un punto cualquiera rectas perpendiculares a los dos planos .

Primer procedimiento: Figura 56. Consideremos dos plano en el espacio ***α*** y ***β***. Hallamos la recta ***r*** intersección de ambos. Seguidamente trazamos por un punto cualquiera por ejemplo ***P***, un plano ***δ*** perpendicular a ***r***, cortando a los planos ***α*** y ***β*** según ***t*** y ***v***. Por abatimiento de estas rectas obtendremos el ángulo que forma con los planos.



Resolvamos el problema en el plano.

1) Sean los planos ***α*** y ***β***, dados por su l. m. p. ***p'*** y ***q'***, respectivamente.

2) Hallamos la intersección de ambos planos, recta ***r'***.

3) Por un punto cualquiera de la recta ***r'*** por ejemplo ***P'(3)***, trazamos un plano perpendicular a ella, previamente hallaremos el intervalo del plano ***iδ***, plano de l. m. p. ***n'***.

4) Seguidamente hallamos la intersección de este plano ***n'*** con los planos ***q'*** y ***p'***, rectas ***t'*** y ***v'***.

5) Elegimos como charnela la horizontal de plano ***n'*** de cota ***4***. Los puntos ***Ao*** y ***Co*** por estar en la charnela son puntos dobles y están abatidos en si mismo. El resto del ejercicio es similar al anterior.

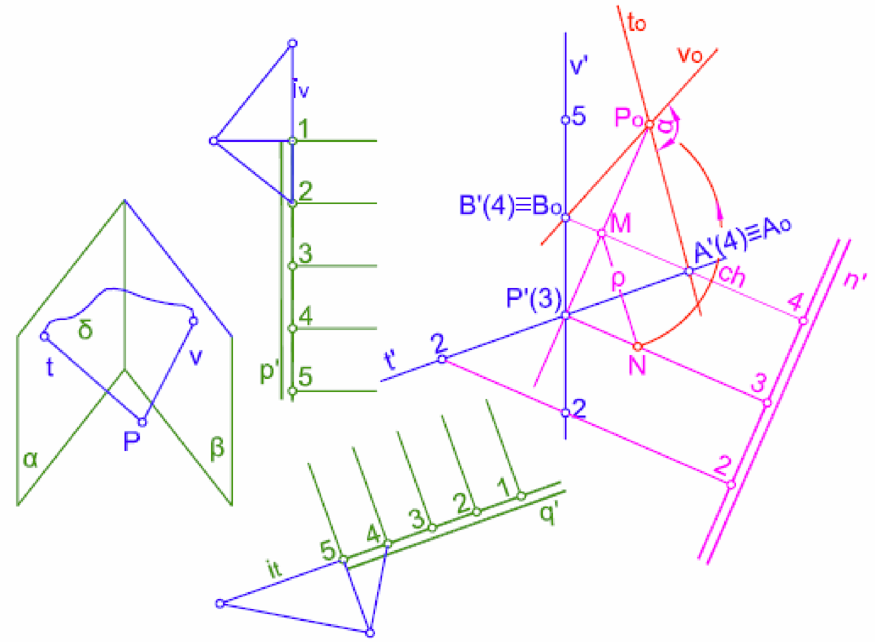
Segundo procedimiento: *Figura 57.*

1) Elegimos un punto cualquiera del espacio, por ejemplo ***P'(3)***.

2) Por dicho punto trazamos dos rectas perpendiculares a ambos planos, ***t*** y ***v***, hallando previamente los intervalos de ambas rectas.

3) Hacemos contener a las rectas ***t'*** y ***v'*** en un plano de l. m. p. ***n'***.

4) Utilizando como charnela la horizontal de plano de cota ***4***, abatimos las rectas, obteniendo ***to*** y ***vo***.



13. Representación de cuerpos.

Para la representación de cuerpos, se hará preciso conseguir las proyecciones horizontal y vertical de todos sus vértices, ya que a partir de ellos quedarán delimitados las proyecciones de las aristas, y por consiguiente sus caras.

Un cuerpo podrá ocupar en el espacio diversas posiciones, pero teniendo en cuenta que el estudio se realiza con miras prácticos, los situaremos en posiciones convenientes.
Es de vital importancia en la presentación de cuerpos, la determinación de las aristas visibles y ocultas. Para ello tendremos en cuanta las consideraciones siguientes.

a) Se llama contorno apararen te de una proyección, a la forma poligonal o curva de la silueta. Estos resultan siempre visibles.

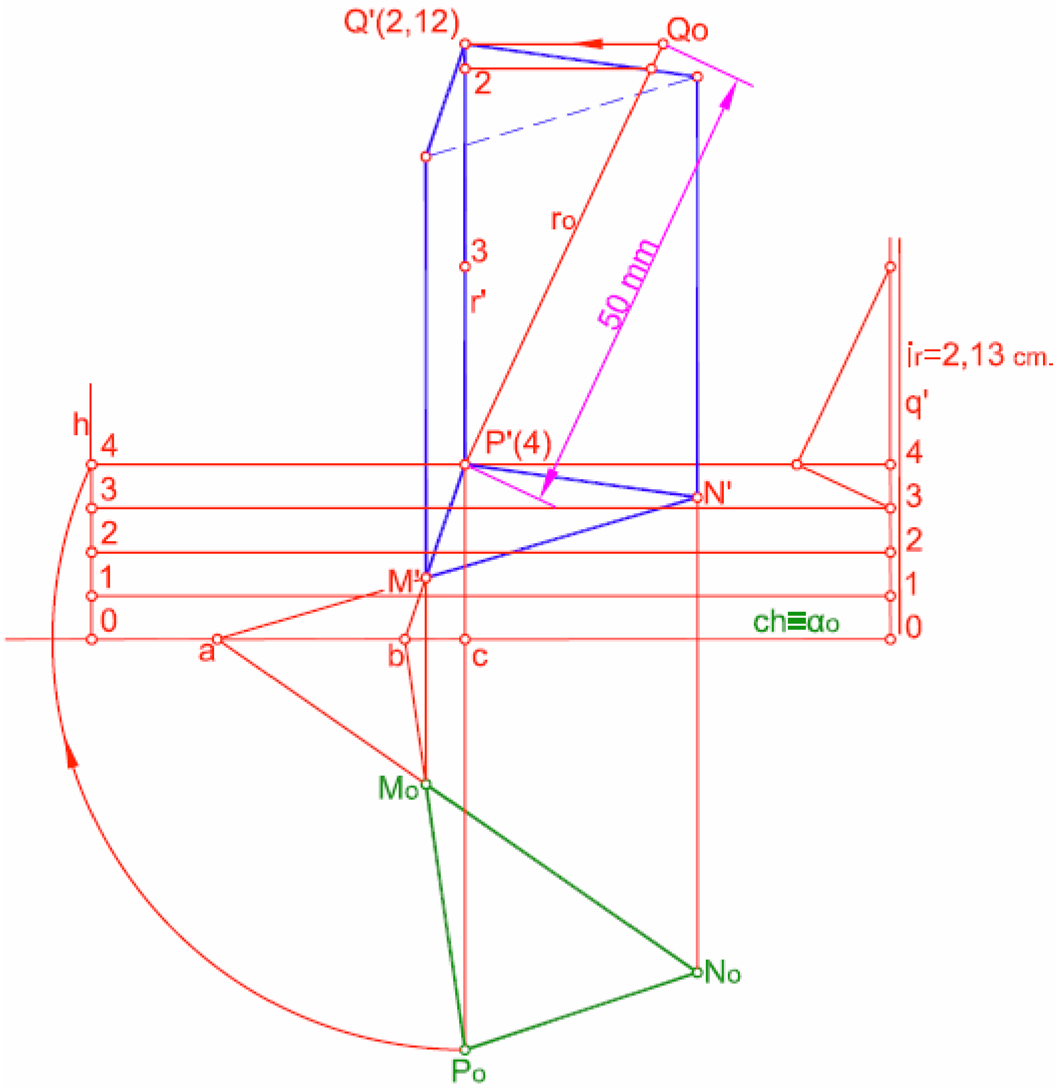
b) Serán visibles en proyección horizontal, las aristas y vértices que estén más alejados de la charnela en proyección vertical. Resultan ocultas en proyección horizontal, las aristas y vértices que en el vertical estén más próximas a la charnela.

c) Serán visibles verticalmente aquellas aristas y vértices, que horizontalmente resulten las alejadas de la charnela y por tanto más próximas al observador.

*13.1. Hallar la proyección de un prisma triangular dado por su base **Mo**, **No**, **Po**, apoyada en un plano dado por su traza **αo**. Sabiendo que el vértice **P**, tienen una cota de **4** cm. Siendo la altura del prisma **5** cm. Figura 58.*

1) Trazamos por el punto ***Po***, una perpendicular a la traza ***αo*** que utilizamos como charnela.

2) En un punto cualquiera de la charnela trazamos la perpendicular ***h***.



3) Haciendo centro en ***c***, y con la distancia ***cPo***, trazamos un arco que corte a ***h*** en el punto ***4***.

4) Graduamos dicha recta, obteniendo la graduación del plano ***q'***.

5) Por el punto ***P'(4)***, trazamos un recta ***r'*** perpendicular al plano, hallando previamente el intervalo de la recta **ir**.

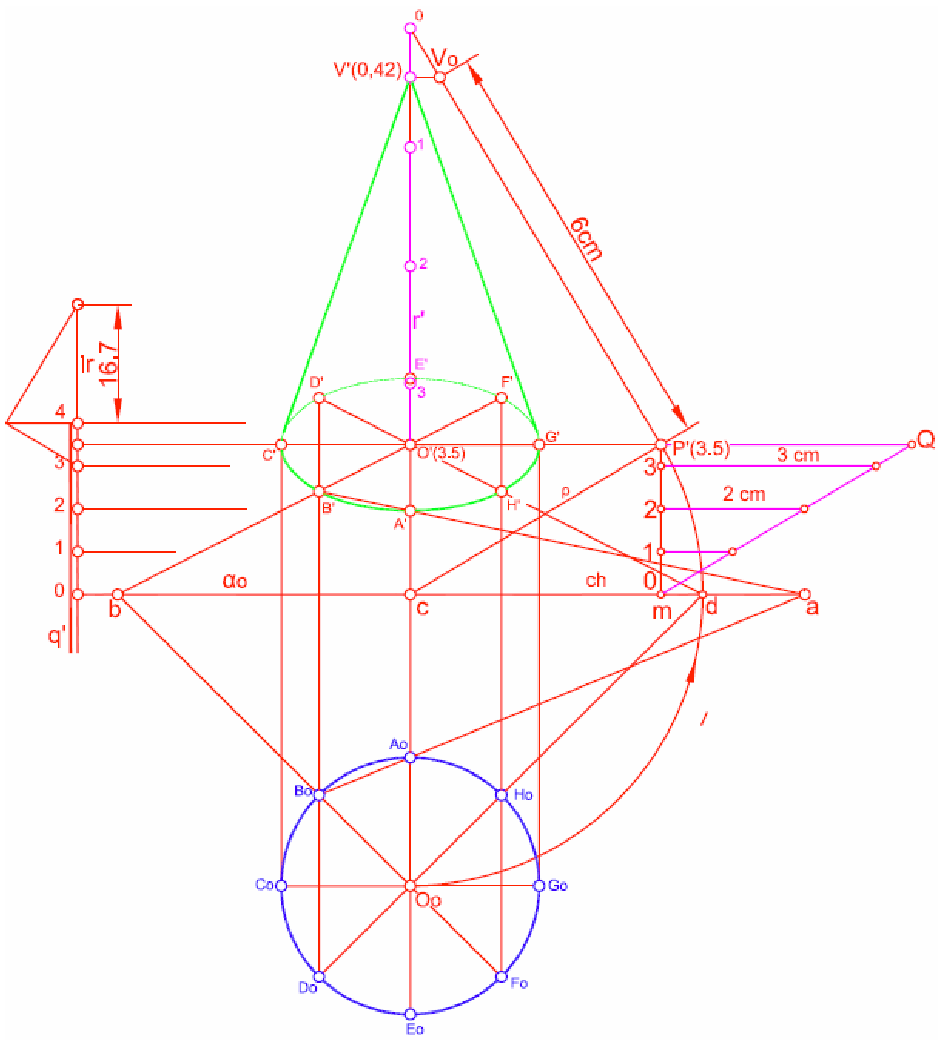
6) Abatimos el plano proyectante de ***r'***, recta ***P' Qo***,

7) A partir de ***P'(4)*** y sobre ***ro***, llevamos en verdadera magnitud la altura del prisma ***5*** cm. Obteniendo el punto ***Qo***

8) Deshacemos el abatimiento punto ***Q' (2,12)***, y obtenemos la altura del prima en proyección.

9) Llevamos la altura en proyección sobre los vértices ***M'*** y ***N'***, que uniendo nos determina el prisma buscado.

13.2. Hallar la proyección de un cono apoyado en un plano oblicuo de traza ***αo*** *y l.m.p.* ***q'****. Conociendo su base y el centro de la misma* ***Oo*** *de cota* ***3,5*** *cm. Figura 59.*



1) Dividimos la circunferencia de la base en un número de partes iguales, por ejemplo ***8***.

2) Trazamos una perpendicular a la charnela ***αo*** por ***Oo***, que corta a esta en el punto ***c***.

3) Trazamos una perpendicular a la charnela en un punto cualquiera de ella, por ejemplo en ***m***.

4) Haciendo centro en ***c***, y con radio ***cOo***, trazamos un arco que corte a la perpendicular por ***m*** en punto ***P'(3,5)***.

5) Graduamos el plano. Para ello trazamos una perpendicular po***r P'***, y sobre ella llevados la cota de ***3,5*** cm, obteniendo el punto ***Q***.

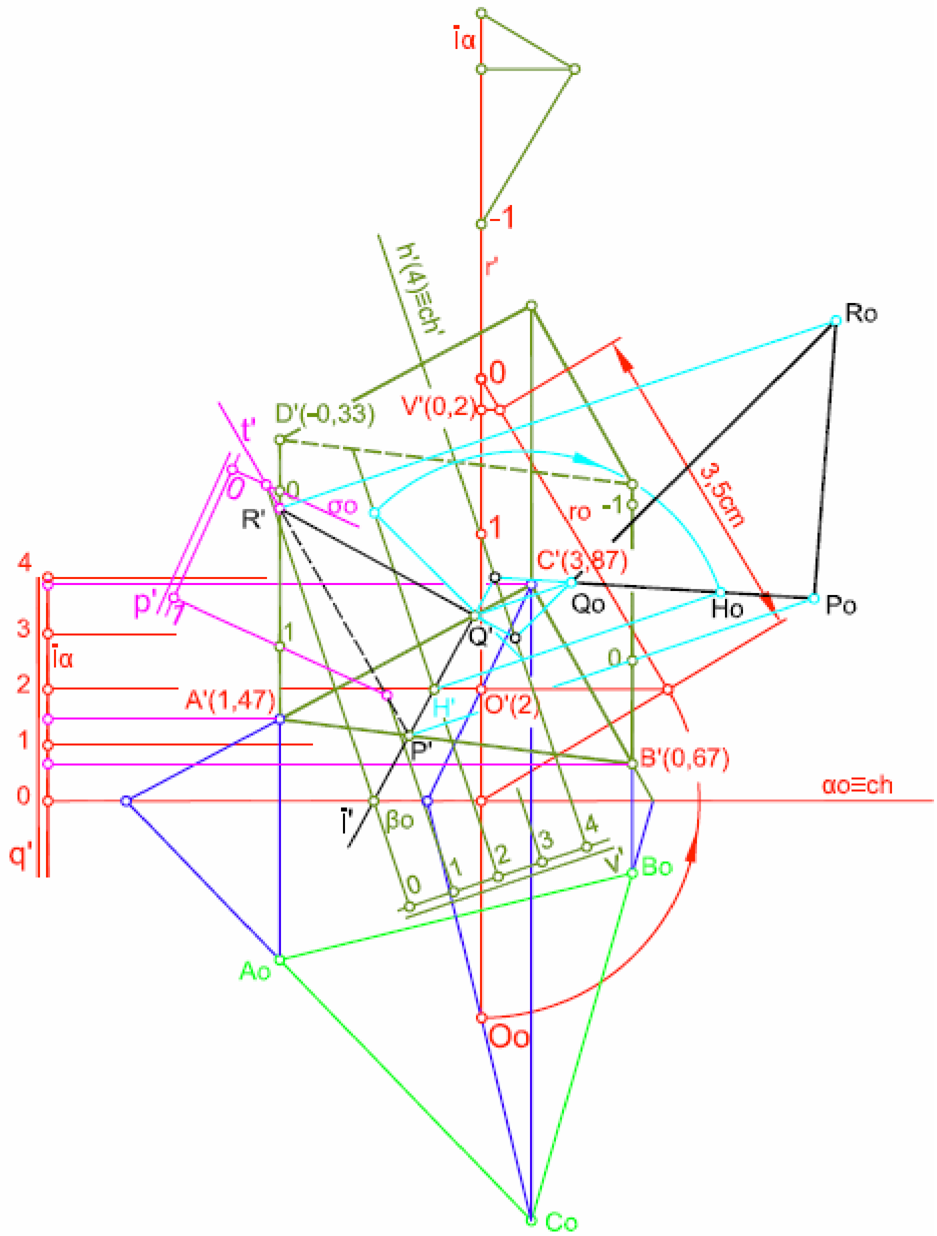
6) Unimos ***Q*** con ***m*** y trazando paralelas a la recta ***P'm***, con valor de ***3***, ***2*** y ***1 cm,***, obtenemos la graduación del plano.

7) Trazamos una recta ***r*** perpendicular al plano por ***O'***, previamente hallamos el intervalo de la recta ***ir***. Graduamos la recta.

8) Abatimos el plano proyectante ***O' 0***. El resto del ejercicio es similar visto anteriormente.

*13.3. Hallar la proyección de un prisma regular de base **Ao**, **Bo**, **Co**, y **35** mm de altura, apoyado en un plano **αo** de l.m.p. **q'**. Su centro se encuentra en la recta **r'** y tiene una cota de **2** cm. Seguidamente hallar la sección en proyección y verdadera magnitud que produce el plano **β** de l.m.p. **v'**. Figura 60.*

1) Utilizamos como charnela 1 la traza ***αo*** del plano de l.m.p. ***q'***.



2) Hallamos el centro del prisma ***Oo*** en ***O'(2)***.como se ha visto en los ejercicios anteriores.

3) Hallamos el intervalo del plano **iα** de l.m.p. ***q'***.

4) Por afinidad hallamos la proyección ***A'***, ***B'***, ***C'***, calculando a continuación el valor de sus cotas.

5) Abatimos el plano proyectante ***O'(2)-O***, que pasa por la recta ***r'*** y llevamos sobre ***ro*** el valor de la altura del prisma ***3,5*** cm. obteniendo el centro ***V'(0,2)***.

6) Sobre los vértices ***A'***, ***B'***, ***C'***, llevamos la distancia ***O'V'***. Completando el prisma.

7) A continuación vamos hallar la sección que produce el plano β de l.m.p ***v'*** en el prisma.

8) Como el prisma se encuentra apoyado en el plano de l.m.p. ***q'***, hallaremos la intersección de este con ***v'***, recta ***i'***.

9) Haremos contener a la arista ***D'*** en un plano cualquiera ***σ*** de l.m.p. ***p'***, hallando a continuación su intersección con ***v'***, recta ***t'***.

10) La recta ***i'*** corta a la arista ***A'D'*** en ***R'***, que unido con ***P'*** y ***Q'***, nos da la sección en proyección.

11) Como la sección se encuentra en el plano ***v'***, elegiremos como charnela una de sus horizontales de plano, por ejemplo la ***h'(4)***. El resto del abatimiento se ha visto con anterioridad.